Heißluftmaschine und Wechselstrom (LK)

Eine quadratische Spule (Kantenlänge 20 cm) mit 20 Windungen wird – wie in Abb. 1 angedeutet – in einem homogenen, vertikal ausgerichteten Magnetfeld *B* durch eine Heißluftmaschine (HLM) mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gedreht. Widerstand und Induktivität der Spule seien vernachlässigbar. Sie ist an ein Oszilloskop angeschlossen, das so getriggert ist, dass der Winkel $\alpha = 0°$ ist, wenn sich der Elektronenstrahl gerade in der Mitte des Bildschirms befindet ($t = 0$).

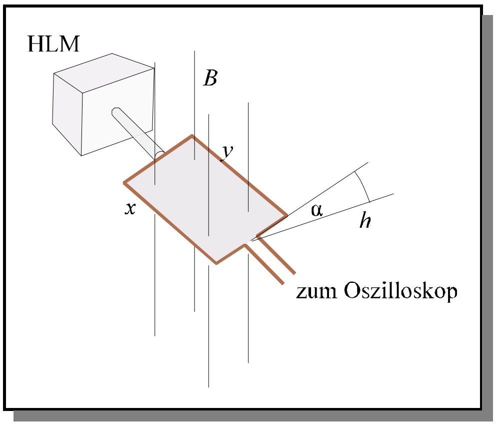


Abb. 1: Die Horizontale *h* steht senkrecht zu *B* und *x* bzw. *y*. Stellvertretend für die 20 Windungen ist nur eine einzige gezeichnet.

1. Leite aus dem Induktionsgesetz eine Formel für die in der Spule induzierte Spannung her. Berechne dann, wie groß die magnetische Flussdichte sein muss, damit sich das Oszillogramm in Abb. 2 ergibt.

2. Die Spule soll nun eine Glühlampe ($\hat{U} = 25$ V; $\hat{I} = 1{,}6$ A) bei einer Frequenz von 50 Hz betreiben. Dabei sind *U* und *I* in Phase.

2.1 Ermittle die Kraft, die dazu auf ein einzelnes Leiterstück *x* bzw. *y* wirken muss, wenn α gerade gleich 0° bzw. 90° ist?

2.2 Bestimme auch die bei einer Umdrehung insgesamt umgesetzte Energie.

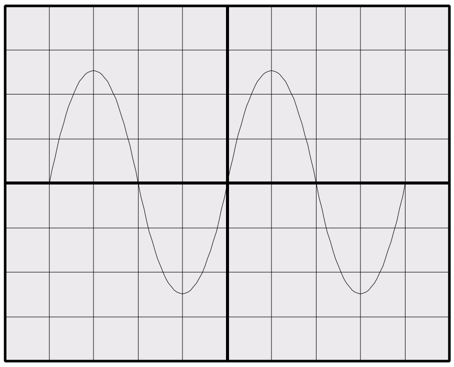


Abb. 2:
X-A.: 5 ms/Teil.; Y-A.:10V/Teil.

3. Die Glühlampe in Aufgabe 2 wird nun durch einen Kondensator ersetzt.

3.1 Die Spannung an der Spule werde durch $U(t) = \hat{U}\sin(\omega t)$ beschrieben. Leite eine Formel für $I(t)$ her.

3.2 Skizziere den zeitlichen Verlauf von Spannung und Stromstärke in einem einzigen Diagramm. Markiere in diesem Diagramm zwei Situationen mit gleicher Spannung, aber entgegengesetzter Stromstärke. Wie lassen sich diese beiden Situationen hinsichtlich der Momentanleistung deuten? Ermittle die mittlere Leistungsabgabe des Generators.

4. Der Heißluftmotor durchläuft beim Antrieb der Spule einen Kreisprozess, der in Abb. 3 wiedergegeben ist.

4.1 Beschreibe qualitativ die vier Phasen dieses Prozesses unter Verwendung der Größen *p*, *V*, *T* sowie *Q*, *W* und E_i.

4.2 Schätze aus Abb. 3 die bei einem Zyklus abgegebene mechanische Arbeit ab. Vergleiche sie mit der in Aufgabe 2 ermittelten Energie. Bestimme die bei jedem Umlauf zugeführte Wärme.

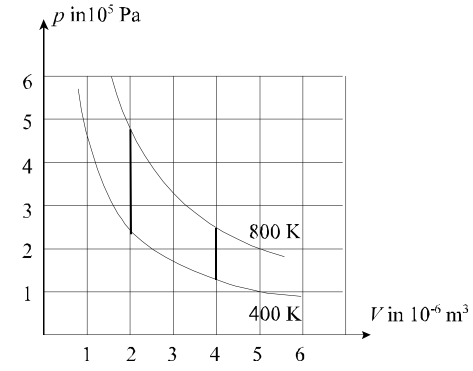


Abb. 3

Modelllösung

1. $\varphi(t) = A_{eff}(t) \cdot B = A\cos(\omega t) \cdot B$

$U_{ind} = -n\dot{\varphi}(t) = +nAB\omega\sin(\omega t) = \hat{U}\sin(\omega t)$ mit $\hat{U} = nAB\omega$

Abb. 2 liefert $\hat{U} = 25$ V; $T = 4 \cdot 5$ ms, also $f = 50$ Hz, d.h. $\omega = 2\pi f = 314\ \frac{1}{\mathrm{s}}$.

$$B = \frac{\hat{U}}{nA\omega} = 0{,}40\ \mathrm{T}.$$

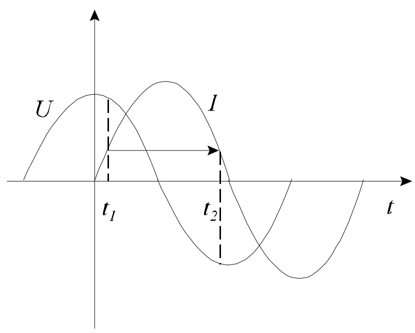
2.1 Wenn $\alpha = 0$, dann ist $\dot{\varphi} = 0$ bzw. $U_{ind} = 0$, also ist $I = 0$ und damit gilt auch für die Lorentzkraft $F_L = 0$.

Wenn $\alpha = 90°$ ist, dann ist
$|U_{ind}| = \hat{U} = 25\ \mathrm{V} \Rightarrow I = 1{,}6\ \mathrm{A} \Rightarrow F_{L,x} = I \cdot B \cdot x = 0{,}128\ \mathrm{N}$
und ebenso $F_{L,y} = 0{,}128$ N.

2.2 $W = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot T = \dfrac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{1}{50}\ \mathrm{s} = 0{,}40\ \mathrm{J}.$

3.1 Ableiten von $Q(t) = C \cdot U(t) = C \cdot \hat{U}\sin(\omega t)$ ergibt $I(t) = \dot{Q} = C\omega\hat{U}\cos(\omega t)$ mit der Scheitelstromstärke $\hat{I} = C\omega\hat{U}$.

3.2 Die Momentanleistungen $P(t) = U(t) \cdot I(t)$ haben bei t_1 und t_2 unterschiedliches Vorzeichen, vom Betrag sind sie gleich. Innerhalb einer halben Periode gibt es zu jedem t_1 ein passendes t_2 mit dieser Eigenschaft. Die mittlere Leistung ist also 0.



4.1 Das Kreisdiagramm werde - beginnend bei dem Druckanstieg bei $V = 2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3$ - im Uhrzeigersinn durchlaufen:

Phase	*p*, *V*, *T*	E_i, *Q*, *W*
1	*p* und *T* steigen, *V* = konst	$\Delta V = 0 \rightarrow W = 0$; $\Delta T > 0 \rightarrow \Delta E_i > 0$ $Q = \Delta E_i > 0$ (folgt aus 1. Hauptsatz)
2	*V* größer (Expansion) *T* = konst, *p* kleiner	$T = \text{konst} \rightarrow \Delta E_i = 0$ $\Delta V > 0 \rightarrow W < 0$ $Q = \lvert W \rvert$ (folgt aus 1. Hauptsatz)
3	umgekehrt zu 1	umgekehrt zu 1
4	umgekehrt zu 2	umgekehrt zu 2

4.2 Die (maximale) verrichtete mechanische Arbeit ist gleich dem Flächeninhalt zwischen den beiden Graphen im *p*-*V*-Diagramm zwischen $V_1 = 2\ \text{cm}^3$ und $V_2 = 4\ \text{cm}^3$. Dem Diagramm entnimmt man dafür den Schätzwert 4 Kästchen $\triangleq 4 \cdot 10^{-6}\ \text{Pa} \cdot \text{m}^3 = 0{,}4\ \text{J}$. Dieser Schätzwert stimmt mit der in Aufgabe 2.2 gefundenen Arbeit überein; die von der HLM verrichtete Arbeit wird also vollständig an den Generator abgegeben.

Der Wirkungsgrad der HLM ist $\eta = 1 - \frac{T_4}{T_2} = 50\%$, wobei T_2 und T_4 die Temperaturen in den Phasen 2 und 4 bedeuten. Nach der Definition von η ist dann die pro Zyklus zugeführte Wärme: $Q_1 = \frac{W_{ges}}{\eta} = 0{,}8\ \text{J}$.