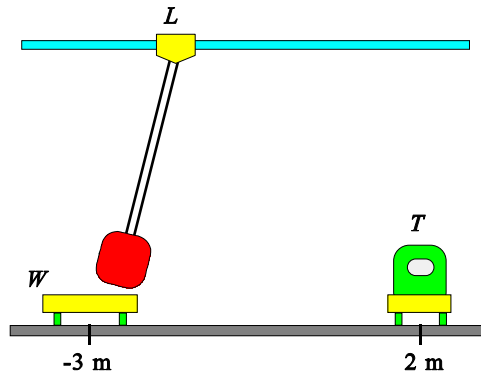


3 Fuzzifizierung

3.1 Grundbegriffe

Sicherlich haben Sie schon einmal Laufkatzen - das sind Kräne wie in Abb. 3.1 - bei ihrer Arbeit beobachtet. Um die Last vom Waggon auf den Truck zu befördern, muss der Kranführer sie leicht anheben und die Laufkatze L nach rechts in Bewegung setzen. Meist gerät die Last dabei ins Pendeln, und es erfordert sehr viel Geschick, sie über dem Truck zur Ruhe kommen zu lassen, so dass sie dort schließlich abgesetzt werden kann.

Wir interessieren uns nun für die Kontrolle der Laufkatze L . Wenn wir die Pendelbewegung außer Acht lassen, könnte eine Kurzanweisung für dessen Bedienung folgendermaßen lauten:



3.1 Die Laufkatze L transportiert die Last vom Waggon W zum Truck T .

1. Wenn die Laufkatze L *fern* vom Truck T ist, dann soll auf sie eine Kraft nach *rechts* wirken.
2. Wenn der Wagen *über dem Ziel* ist, dann soll *keine* Kraft wirken.
3. Wenn der Wagen *zu weit* gefahren ist, dann soll eine Kraft nach *links* wirken.

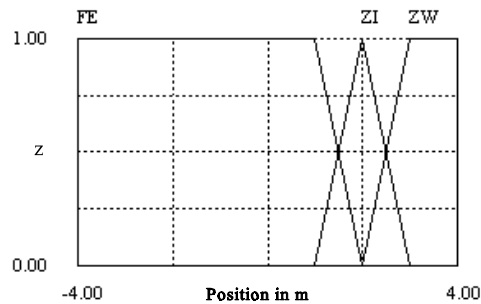
Die Position der Laufkatze wird durch die unscharfen Begriffe "fern", "über dem Ziel" und "zu weit" beschrieben. Da wir nun die Kontrolle einem Computer anvertrauen wollen, bilden wir zugehörige Fuzzymengen. In unserem Beispiel nehmen wir an, dass die Laufkatze sich im Bereich von -4 m bis $+4$ m bewegen kann. Als gemeinsame Definitionsmenge der Zugehörigkeitsfunktionen wählen wir das Intervall $G = [-4;4]$; dabei verzichten wir hier und im Folgenden auf die Angabe der Einheit m.

Die Begriffe "fern", "über dem Ziel" und "zu weit" bezeichnet man als *Terme* der *Fuzzyvariablen* "Position". Die gemeinsame Definitionsmenge der Zugehörigkeitsfunktionen bezeichnet man als die *Grundmenge* der Fuzzyvariablen.

In der Abb. 3.2 sind nun passende Fuzzymengen dargestellt. Natürlich sind auch andere Zugehörigkeitsfunktionen möglich. Sie ändern aber nichts an den folgenden grundlegenden Betrachtungen.

Der Position $x = 1,3$ sind 3 Zugehörigkeitsgrade zugeordnet:

$$x = 1,3 \rightarrow \begin{cases} z = 0,7 & \text{für } FE \\ z = 0,3 & \text{für } ZI \\ z = 0 & \text{für } ZW \end{cases}$$



3.2 Die Fuzzyvariable Position

Die Laufkatze ist danach noch ziemlich "fern" vom Truck, nämlich zum Grad 0,7. Sie steht andererseits schon ein wenig "über dem Ziel", nämlich zum Grad 0,3. "Zu weit" ist sie auf keinen Fall, der Zugehörigkeitsgrad hierfür ist 0. Die 3 Zugehörigkeitsgrade geben die Position der Laufkatze fuzzymäßig wieder. Man faßt sie zu einer (geordneten) Liste zusammen, der sogenannten *Zugehörigkeitsliste*:

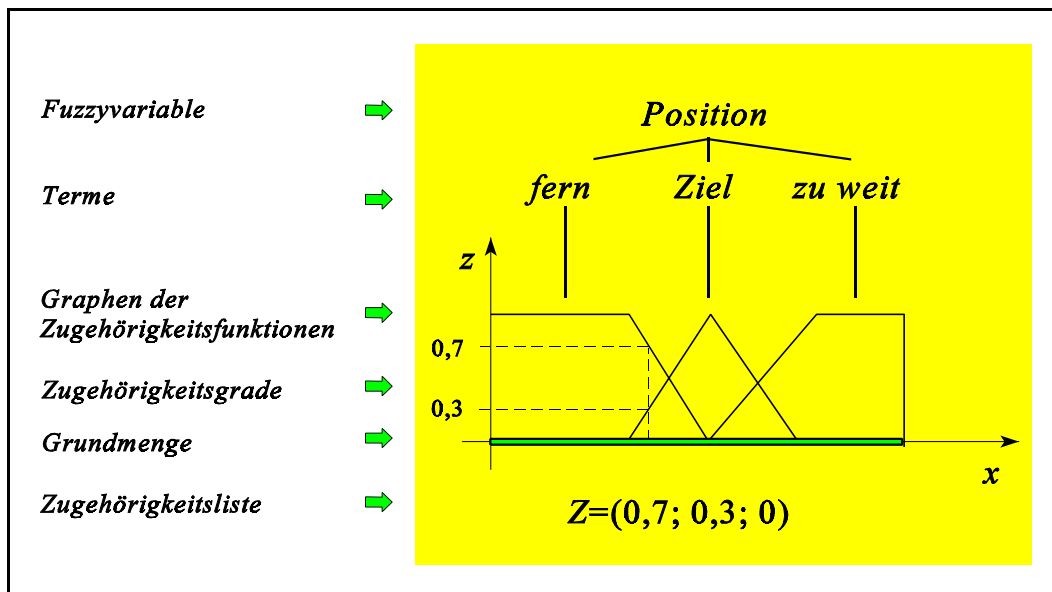
$$Z = (0,7; 0,3; 0)$$

Wir bezeichnen sie mit einem großen Z, um Verwechslungen mit den Zugehörigkeitsgraden selbst zu vermeiden.

Auf diese Weise wird jeder Position x eine Zugehörigkeitsliste zugeordnet. Diese Zuordnung bezeichnet man als *Fuzzifizierung*. Offensichtlich hängt die Fuzzifizierung von der speziellen Wahl der Zugehörigkeitsfunktionen ab: Andere Zugehörigkeitsfunktionen werden zu anderen Zugehörigkeitsgraden für dieselbe Position führen.

Es ist aber auch eine ganz andere Wahl von Termen möglich. Die Position könnte auch durch "sehr fern", "fern", "nah", "über dem Ziel", "zu weit" erfaßt werden. Die Zugehörigkeitsliste würde in diesem Fall aus 5 Zugehörigkeitsgraden bestehen.

Die folgende Zeichnung macht noch einmal die neuen Begriffe Fuzzyvariable, Terme, Grundmenge, Zugehörigkeitsfunktionen, Zugehörigkeitsgrade und Zugehörigkeitsliste deutlich.

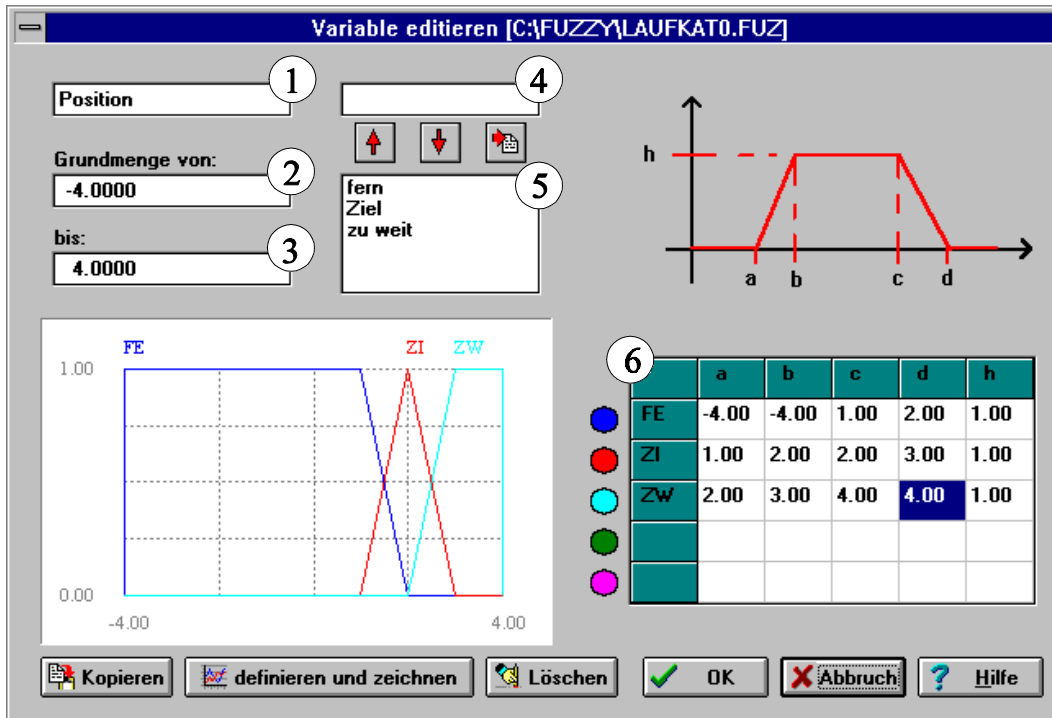


3.3 Grundbegriffe der Fuzzifizierung

3.2 Editieren, Testen und Speichern von Fuzzyvariablen mit dem *Fuzzy*-Programm

Die neu erlernten Begriffe wollen wir nun vertiefen. Dazu benutzen wir das Programm *Fuzzy*, das Sie bestimmt schon beim Lesen des Vorworts installiert haben¹. Mit diesem Programm lassen

¹Hinweise zur Installation finden Sie im Anhang.



3.4 Das Editieren von Fuzzyvariablen

sich Fuzzyvariablen eingeben, bearbeiten und austesten. Am Beispiel der Fuzzyvariablen "Position" soll dies nun näher ausgeführt werden.

Nach dem Starten des Programms wählen Sie aus dem Menü Fuzzyvariable die Option Editieren. Das Programm kann gleichzeitig bis zu 3 Fuzzyvariablen verwalten. Die Bedeutung der verschiedenen Bezeichnungen *Eingang A*, *Eingang B* und *Ausgang* werden wir im nächsten Kapitel ausführlich behandeln. In Hinblick auf das Editieren und Testen sind sie völlig gleichrangig. Wählen Sie daher die Standardeinstellung *Eingang A*.

Es erscheint das Editierfenster für Fuzzyvariablen wie in Abb. 3.4. Hier geben Sie zunächst im Feld ① den Namen der Fuzzyvariablen "Position" ein. Darunter werden in den Feldern ② und ③ die linke und rechte Grenze der Grundmenge unserer Fuzzyvariable eingetragen: -4 und 4. Jetzt müssen die Terme eingegeben werden. Dazu schreiben Sie die entsprechenden Begriffe "fern", "Ziel" und "zu weit" in das Editierfeld ④ und übergeben Sie jeweils mit der ↕- oder mit der Enter-Taste an die Termliste ⑤.

Wenn Sie einen Term aus der Termliste ändern wollen, können Sie ihn durch Anklicken mit der Maus markieren und mit ↕ in das Editierfeld holen. Nach erfolgreicher Korrektur ersetzen Sie den markierten Term durch den Inhalt des Editierfensters, indem Sie den ↵-Knopf betätigen. Sollte dabei das Editierfeld leer sein, wird der markierte Eintrag in der Liste gelöscht.

Sicherlich ist Ihnen nicht entgangen, dass beim Erstellen der Termliste sich einiges in der Tabelle ⑥ getan hat. Zunächst einmal entdecken Sie in der linken Spalte die Abkürzungen der einzelnen Terme wieder. Sie werden von dem Programm automatisch gebildet: Wird der Term durch ein einzelnes Wort angegeben, wählt es die ersten beiden Buchstaben dieses Wortes; bei Termen, die aus mehreren Worten bestehen, nimmt es die Anfangsbuchstaben der ersten beiden Worte.

In den Zeilen daneben müssen Sie nun die *charakteristischen Werte* der entsprechenden Zugehörigkeitsfunktionen eintragen. Diese Werte bilden eine praktische Möglichkeit, die Zugehörigkeitsfunktionen festzulegen. Ihre Bedeutung ist aus Abb. 3.5 ersichtlich. Beachten Sie, dass immer $g_1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq g_2$, sowie $0 \leq h \leq 1$ gelten muss. (Hierbei bezeichnen g_1 und g_2 die Grenzen der Grundmenge.)

Mit dieser Methode schränken wir unsere Möglichkeiten bei den Zugehörigkeitsfunktionen natürlich ein; Funktionen mit Graphen wie in Abb. 3.6 kann unser Programm *Fuzzy* nicht verarbeiten. Allerdings ist dies auch gar nicht nötig: Alle für uns interessanten Zugehörigkeitsfunktionen lassen sich auf die in Abb. 3.5 dargestellte Trapezform zurückführen.

Betrachten wir das Beispiel aus Abb. 3.5 genauer. Wenn x kleiner als a oder größer als d ist, dann ist $z = 0$. Ebenso einfach ist der Fall $b \leq x \leq c$ zu behandeln; hier ist $z = 0,8$. Wie ermittelt man nun den Zugehörigkeitsgrad an einer Flanke des Graphen, z.B. für $x = 3,5$? Aus den Steigungsdreiecken der Abb. 3.5 erhalten wir:

$$\frac{z}{3,5 - 2} = \frac{0,8}{6 - 2}$$

$$\frac{z}{1,5} = \frac{0,8}{4} \tag{1}$$

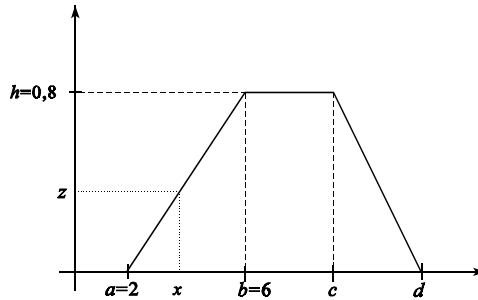
$$z = 0,2 \cdot 1,5$$

$$z = 0,3$$

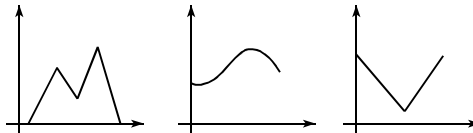
Für das Intervall $[c; d]$ lassen sich entsprechende Rechnungen durchführen. Allgemein erhalten wir für einen beliebigen Wert x aus der Grundmenge:

$$z = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x \leq a \\ \frac{h}{b-a} \cdot (x-a) & \text{wenn } a < x \leq b \\ h & \text{wenn } b < x \leq c \\ \frac{h}{d-c} \cdot (d-x) & \text{wenn } c < x \leq d \\ 0 & \text{wenn } x \geq d \end{cases} \tag{2}$$

Kehren wir zurück zu unserer Fuzzyvariablen "Position". Geben Sie nun die charakteristischen Werte für die einzelnen Terme gemäß der Abb. 3.4 in die Tabelle des Editierfensters ein. Die entsprechenden Felder können Sie mit der Maus, aber auch mit der Tab-Taste ansteuern. Zum Abschluss betätigen Sie die Taste "zeichnen und definieren". Das Programm überprüft zunächst Ihre Eingabe; so erfolgt z.B. eine Fehlermeldung, wenn $b > c$ oder $h > 1$ ist. Wird kein Fehler gefunden, so werden




3.5 Zur Definition der charakteristischen Werte

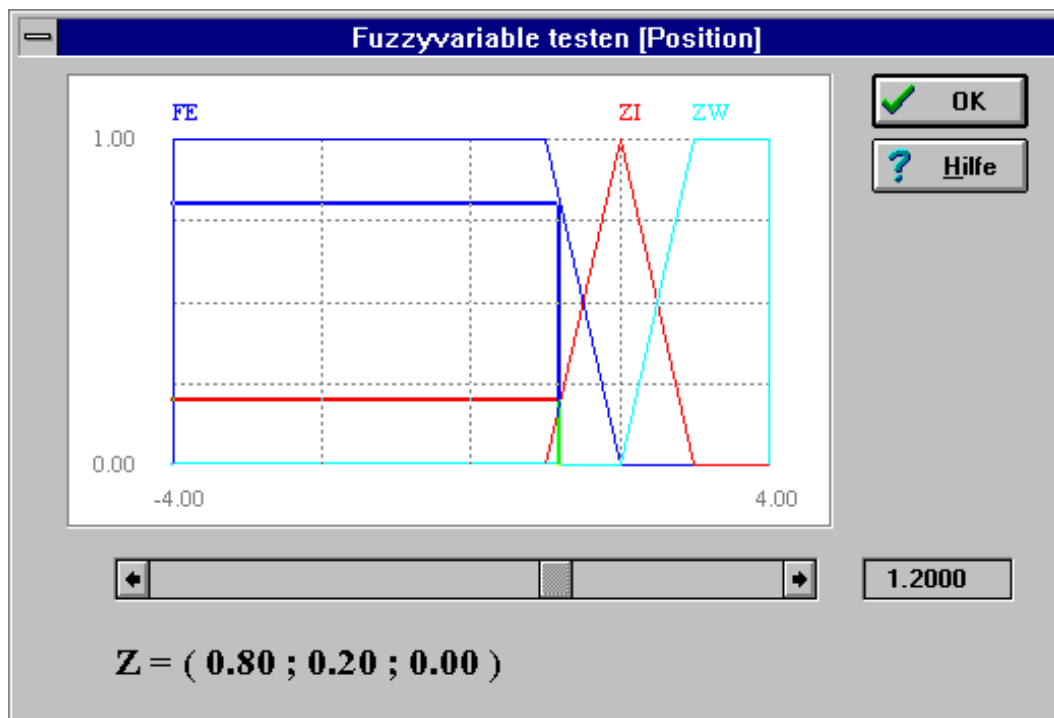


3.6 Mit solchen Fuzzymengen kann unser Programm *Fuzzy* nicht umgehen.

die Graphen der einzelnen Zugehörigkeitsfunktionen gezeichnet und die Definition unserer Fuzzyvariablen "Position" ist vorläufig abgeschlossen. Natürlich können Sie die Tabelle immer wieder verändern; Sie sollten jedoch immer vor dem Verlassen des Editierfensters die Taste "definieren und zeichnen" benutzen.


Mit dem Löschen-Knopf können Sie die Fuzzyvariable bei Bedarf vollständig löschen. Allerdings wird die Löschung erst wirksam, wenn Sie das Fenster mit der OK-Taste verlassen. Schließlich können Sie das Diagramm mit der Taste "Kopieren" in die Zwischenablage übergeben und von dort mit dem -Knopf ausdrucken lassen oder mit einem anderen Programm weiterverarbeiten.



Verlassen Sie jetzt das Editierfenster mit der OK-Taste. Die Fuzzyvariable "Position" steht uns damit für weitere Untersuchungen und Anwendungen zur Verfügung. Wir wollen sie nun ausgiebig testen. Dazu wählen wir aus dem Menü Fuzzyvariable die Option Testen|Eingang A. Es erscheint das Testfenster für Fuzzyvariablen.



3.7 Das Testen von Fuzzyvariablen

Wenn Sie nun mit der Maus den Schieber unterhalb des Diagramms betätigen, werden die Zugehörigkeitsgrade im Graphen und auch in Form der Zugehörigkeitsliste angezeigt. Die Reihenfolge der Listenelemente richtet sich danach, wie Sie die Terme im Listenfeld des Editierfensters eingetragen haben. Dies sollten Sie bei der Eingabe neuer Fuzzyvariablen berücksichtigen. Es empfiehlt sich, die Eingabe der Terme mit der Lage der einzelnen Graphen abzustimmen. In den Überlappungsbereichen der Graphen sind mehrere Listenelemente größer als 0. Der entsprechende Wert der Grundmenge gehört dann zu mehreren Fuzzymengen unserer Fuzzyvariablen. Würden sich die Graphen nicht überlappen, so gäbe es Werte in der Grundmenge, die zu keiner Fuzzymenge gehören. Eine solche Fuzzifizierung ist nur in wenigen Fällen sinnvoll.

Ihre erste Fuzzyvariable haben Sie nun erfolgreich installiert und ausgetestet. Wenn Sie sie speichern wollen, betätigen Sie den -Knopf oder wählen Sie aus dem Datei-Menü die Option Speichern unter... Standardmäßig werden Ihre Dateinamen mit der Extension .FUZ versehen.¹

Natürlich können Sie die bereits gesicherten Variablen wie auch die mitgelieferten Fuzzyvariablen laden. Dazu betätigen Sie den -Knopf oder wählen im Datei-Menü die Option Öffnen. Beim Öffnen einer Datei gehen jedoch die aktuellen Variablen verloren. Vor dem Öffnen einer Datei sollten Sie also immer ihre alten Daten sichern. Sie können allerdings Ihre aktuellen Daten auch löschen, ohne eine andere Datei zu öffnen. Dies ist nützlich, wenn Sie ein neues Fuzzyprojekt erstellen wollen. Betätigen Sie dazu den -Knopf oder wählen Sie im Datei-Menü die Option Neu.

Wir haben jetzt gelernt, auf welche Weise man aus einer Messgröße mit Hilfe einer entsprechenden Fuzzyvariable eine Zugehörigkeitsliste berechnet. Wie man nun die Fuzzyregelung auf der Grundlage dieser Fuzzifizierung fortführt, erfahren Sie im nächsten Kapitel. Vorher jedoch sollten Sie zur Vertiefung des Gelernten einige der folgenden Aufgaben lösen.

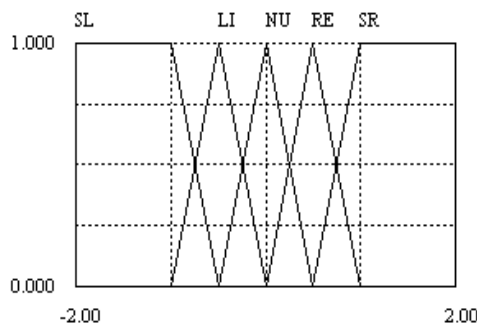
3.3 Aufgaben

- Die relative Luftfeuchtigkeit lässt sich durch die Fuzzyvariable "Luftfeuchtigkeit" mit den Termen "trocken" und "feucht" beschreiben. Als Grundmenge diene das Intervall [40%; 100%]. Die charakteristischen Werte der beiden Zugehörigkeitsfunktionen seien

Term	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>h</i>
trocken	40	40	60	80	1
feucht	60	80	100	100	1

- Zeichnen Sie das zugehörige Diagramm. Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms die Zugehörigkeitsliste für die relativen Luftfeuchtigkeiten 28%, 45%, 60%, 70%, 75%, 80%, 90%.
 - Ermitteln Sie die Zugehörigkeitslisten auch mit Hilfe des *Fuzzy*-Programms und vergleichen Sie sie.
- Gegeben seien die charakteristische Werte $a = 12$, $b = 47$, $c = 72$, $d = 88$ und $h = 0,8$. Die Grundmenge sei $G = [0; 100]$.

- Zeichnen Sie den Graphen.
- Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen die Zugehörigkeitsgrade zu $x_1 = 7$, $x_2 = 28$, $x_3 = 56$, $x_4 = 75$ und $x_5 = 96$.
- Ermitteln Sie die Zugehörigkeitsgrade aus b) rechnerisch.



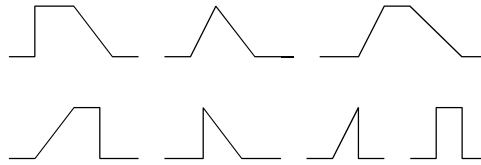
- Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit **3.9** Zur Aufgabe 3

¹Es wird immer das vollständige Fuzzyprojekt abgespeichert: die 3 Fuzzyvariablen und die Regeln, die wir im nächsten Kapitel behandeln werden.

Hilfe des *Fuzzy*-Programms.

3. Lesen Sie aus den Graphen der Abb. 3.9 die charakteristischen Werte ab und tragen Sie sie in eine entsprechende Tabelle ein.

4. Die Graphen der Zugehörigkeitsfunktionen, welche mit den charakteristischen Werten a , b , c , d und h beschrieben werden, lassen sich wie in Abb. 3.10 typisieren. Geben Sie zu den Termen der nachfolgenden Tabelle jeweils den Typ an.



3.10 Typen von Zugehörigkeitsfunktionen

Term	a	b	c	d	h
T1	22	45	45	70	1
T2	30	30	50	70	1
T3	20	20	67	67	1
T4	44	68	72	88	1
T5	12	33	78	78	1
T6	47	47	47	69	1

5. Leiten Sie die Formeln (2) her.
6. Der Motor einer Laufkatze soll fuzzymäßig geregelt werden. Die Motorleistung soll zwischen -2 kW und $+2$ kW betragen; dabei beschreibe das Vorzeichen die Drehrichtung. Entwickeln Sie eine geeignete Fuzzifizierung mit den Termen "vorwärts", "null", "rückwärts".
- a) Zeichnen Sie ein entsprechendes Diagramm.
- b) Geben Sie die Fuzzyvariable "Motor" im Editierfenster des *Fuzzy*-Programms ein und testen Sie sie aus.