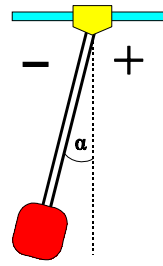


5 Die Max-Min-Inferenz

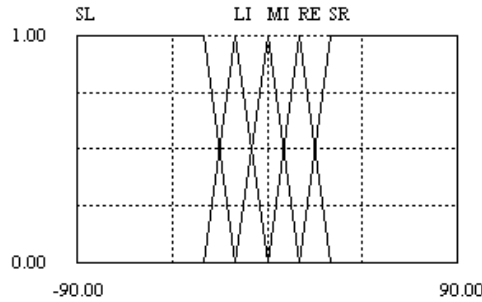
5.1 Laufkatzenregelung mit zwei Messgrößen

Wenn eine Laufkatze in Bewegung gesetzt wird, gerät die Last am Ende des Seils ins Pendeln: Wegen der Trägheit wird die Last nämlich zunächst der Laufkatze hinterherhinken. Spätestens wenn die Laufkatze abgebremst wird, eilt dann die Last der Laufkatze voraus. Die so entstehenden Schwingungen sind für ein rasches Absetzen der Last natürlich sehr hinderlich. Deswegen soll unsere Fuzzyregelung nun so erweitert werden, dass sie dieses Schwingungsverhalten registriert und bei der Ermittlung der Kraft als Stellwert berücksichtigt.



5.1 Ablenkung bei der Laufkatze

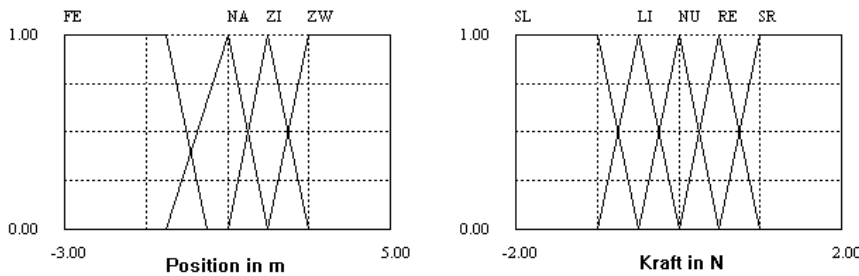
Die Auslenkung der Last lässt sich wie in Abb. 5.1 dargestellt durch den Ablenkwinkel α beschreiben. Negative Winkel entsprechen dabei Auslenkungen nach links, positive Winkel solchen nach rechts. Dieser Ablenkwinkel α stellt nun die zweite Messgröße für unsere Fuzzyregelung dar. Zur Fuzzifizierung benutzen wir die Terme "stark links", "links", "Mitte", "rechts" und "stark rechts". Entsprechende Zugehörigkeitsfunktionen finden Sie in Abb. 5.2.



5.2 Die Fuzzyvariable "Ablenkung"

Für eine genauere Fuzzyregelung verfeinern wir auch noch die bereits benutzten Fuzzyvariablen "Position" und "Kraft" gemäß der Abb. 5.3. Die Fuzzyvariable "Position" hat den zusätzlichen Term "nah" erhalten. Bei der Fuzzyvariablen "Kraft" sind die Terme "links" und "rechts" in "stark links" und "links" bzw. "stark rechts" und "rechts" aufgespalten worden. Damit ist die Definition der Fuzzyvariablen abgeschlossen.

Kommen wir nun zum Aufstellen der Regeln. Sicherlich lassen wir die maximale Kraft nach rechts wirken, solange die Laufkatze noch weit vom Ziel entfernt ist; schließlich wollen wir möglichst schnell dorthin gelangen. In die erste Zeile unserer Regeltabelle aus Abb. 5.4 tragen wir deswegen überall "SR" für "Kraft = stark rechts" ein.



5.3 Die Fuzzyvariablen "Position" und "Kraft"

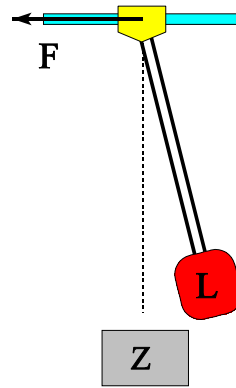
Regeln

Ablenkung

	SL	LI	MI	RE	SR
FE	SR	SR	SR	SR	SR
NA	NU	RE	RE	RE	SR
ZI			NU		
ZW			LI		

Position

5.4 Eingabe der Regeln



5.5 Kräfte bei der Laufkatze

Jedes einzelne Feld steht dabei für eine Regel. Das 4. Feld der 1. Zeile besagt z.B.

WENN Position=fern UND Ablenkung=rechts, DANN Kraft=stark rechts

Als bald kommt unsere Laufkatze in den Nahbereich. Da wir immer noch nicht am Ziel sind, soll weiterhin eine nach rechts wirkende Kraft ausgeübt werden. Allerdings ist jetzt im Normalfall nur noch eine geringere Kraft angebracht. Ansonsten müssten wir am Ziel die Laufkatze mit extrem großen (nach links gerichteten) Kräften abbremsen; dies würde zu heftigen Pendelbewegungen führen. Außerdem geben wir durch eine kleinere Kraft der Last die Möglichkeit, die Laufkatze einzuholen, wenn ihr Ablenkwinkel negativ ist. Insbesondere wird bei einer starken Ablenkung nach links die Kraft sogar gleich Null gesetzt. Sollte die Last jedoch stark nach rechts abgelenkt sein, so ist diese Maßnahme nicht erforderlich; deswegen behalten wir in diesem Fall auch im Nahbereich eine starke Kraft nach rechts bei.

Zwei weitere Regeln sind unmittelbar einsichtig und brauchen nicht näher erläutert werden:

WENN Position=Ziel UND Winkel=Mitte, DANN Kraft=null
 WENN Position=zu weit UND Winkel=Mitte, DANN Kraft=links

Unsere bisherigen Regeln sind in Abb. 5.4 zusammengefasst. Nun zu den verbleibenden freien Feldern: Im Zielbereich lassen wir eine (starke) Kraft F nach links wirken, wenn ein (starker) Pendelausschlag nach rechts vorliegt. Dadurch wird die Last L zum Ziel gezogen, vgl. Abb. 5.5. Bei einem Pendelausschlag nach links verfahren wir genau umgekehrt.

Hat die Laufkatze ihr Ziel überschritten, muss auf jeden Fall eine Kraft nach links wirken; sollte dabei eine starke Ablenkung nach links vorliegen, können wir sogar eine nach links gerichtete starke Kraft aufwenden, ohne befürchten zu müssen, dass dadurch das System in zu heftiges Pendeln versetzt wird. Abb. 5.6 zeigt alle 20 Regeln.

Regeln Ablenkung Ausgangsterme von

	SL	LI	MI	RE	SR
FE	SR	SR	SR	SR	SR
NA	NU	RE	RE	RE	SR
ZI	RE	RE	NU	LI	SL
ZW	SL	LI	LI	LI	LI

Kraft

stark links
 links
 null
 rechts
 stark rechts

Position

Neu
Kopieren
OK
Abbruch
Hilfe

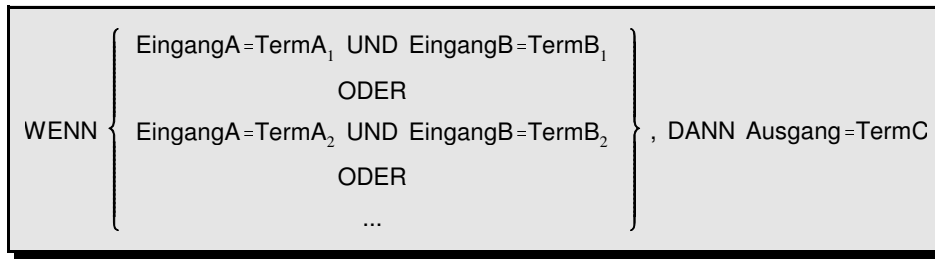
5.6 Alle 20 Regeln für die Laufkatze

5.2 Inferenz bei mehreren Eingangsvariablen

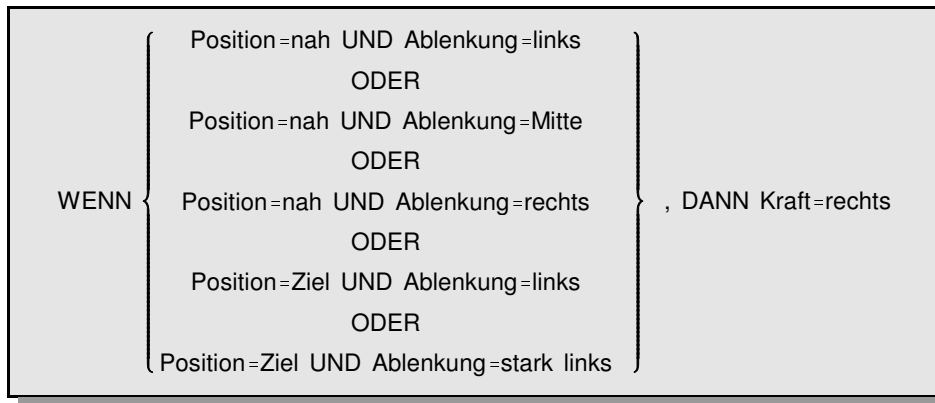
Im Vergleich zu dem Regelsystem des letzten Kapitels entdecken wir zwei Neuerungen:

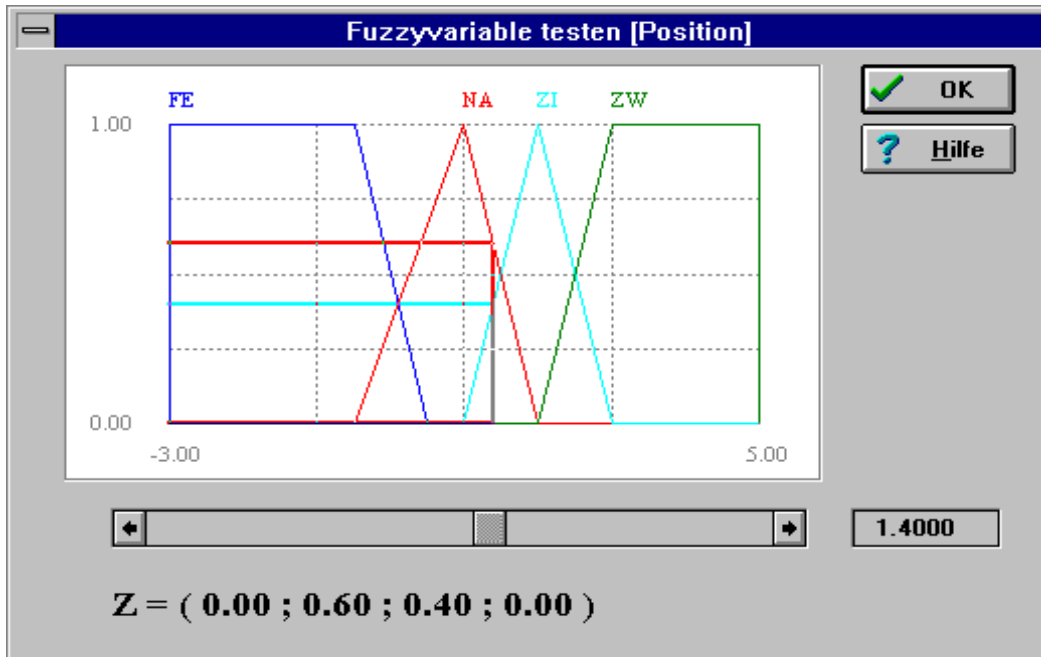
1. Die Bedingungsteile (WENN-Teile) stellen UND-Verknüpfungen dar.
2. Ein und derselbe Ausgangsterm kann durch verschiedene Regeln gezündet werden. Zwischen diesen Regeln können wir uns ein ODER vorstellen.

Die allgemeine Form der Regeln ist demnach jetzt:

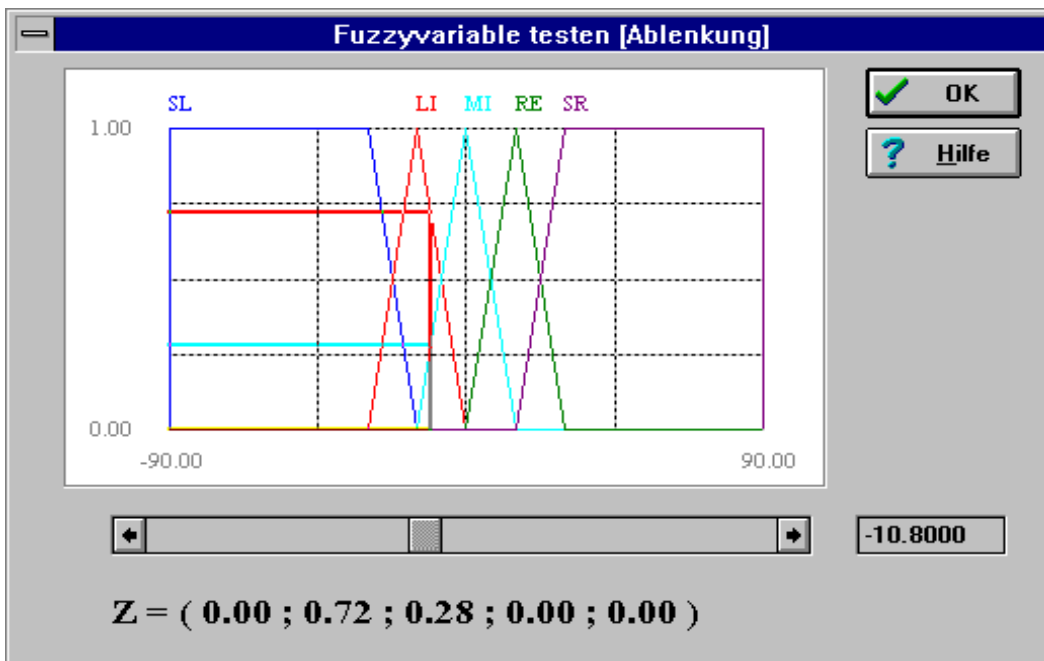


Für den Ausgangsterm "rechts" lauten die in der Tabelle festgehaltenen Regeln somit ausführlich:





5.7a Die Zugehörigkeitsgrade für die Position



5.7b Die Zugehörigkeitsgrade für den Ablenkwinkel

Wie soll ein Fuzzysystem mit einer solch komplexen Regel umgehen? Betrachten wir dazu einen konkreten Fall: Wir stellen uns vor, die Messsonden liefern als Position $x = +1,4$ m und als Ablenkwinkel $\alpha = -10,8^\circ$. Ihre Zugehörigkeitslisten entnehmen wir den Diagrammen aus Abb. 5.7.

Die Bedingung des ersten Regelteils "WENN Position = nah UND Ablenkung = links" besteht aus zwei Bedingungen, deren jeweilige Erfüllungsgrade E gleich den entsprechenden Zugehörigkeitsgraden ist:

$$E_1 = E(\text{Position=nah}) = 0,60$$

$$E_2 = E(\text{Ablenkung=links}) = 0,72$$

Diese beiden Bedingungen sind durch UND verknüpft. Im Rahmen der klassischen Logik gibt es nur die Erfüllungsgrade 0 und 1. Die UND-Verknüpfung erhält dabei den Erfüllungsgrad 1 genau dann, wenn beide Teilbedingungen den Erfüllungsgrad 1 besitzen. Ist auch nur einer der beiden Erfüllungsgrade 0, so wird der Erfüllungsgrad der UND-Verknüpfung 0. Für die Fuzzy-Logik lässt sich dies folgendermaßen verallgemeinern: Wenn einer der beiden Erfüllungsgrade E_1 und E_2 gering ist, dann muss auch der Erfüllungsgrad der UND-Verknüpfung gering sein, auch wenn der andere noch so groß sein mag. Genauer legt man den Erfüllungsgrad der UND-Verknüpfung durch die folgende *Min-Regel* fest:

$$E(\text{Bedingung1 UND Bedingung2}) = \min(E(\text{Bedingung1}); E(\text{Bedingung2}))$$

Eine ähnliche Verallgemeinerung hatten wir schon im Zusammenhang mit den Zugehörigkeitsgraden bei Schnittmengen vorgenommen. Bei einer UND-Verknüpfung setzt sich demnach immer der geringere Erfüllungsgrad durch. In unserem Fall berechnet sich der Erfüllungsgrad für die Bedingung "Position = nah UND Ablenkung = links" durch

$$E = \min(E_1; E_2) = \min(0,60; 0,72) = 0,6.$$

Auf die gleiche Weise erhalten wir die Erfüllungsgrade der restlichen UND-Verknüpfungen für die Messgrößen unseres Beispiels. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Bedingung	Erfüllungsgrad
Position=nah UND Ablenkung=links	0,60
Position=nah UND Ablenkung=Mitte	0,28
Position=nah UND Ablenkung=rechts	0
Position=Ziel UND Ablenkung=stark links	0
Position=Ziel UND Ablenkung=links	0,40

Tab. 5.1 Die Erfüllungsgrade der UND-Verknüpfungen

Die fünf Bedingungen aus der Tabelle 5.1 sind nun ihrerseits durch ein ODER verknüpft. Wie beim Zugehörigkeitsgrad der Vereinigungsmenge greift man auch hier auf das Maximum zurück und definiert:

$$E(\text{Bedingung1 ODER Bedingung2}) = \max(E(\text{Bedingung1}); E(\text{Bedingung2}))$$

Bei einer ODER-Verknüpfung setzt sich demnach die Regel mit dem größeren Erfüllungsgrad durch. Dies bezeichnen wir als die *Max-Regel*. Nach dieser Max-Regel ist der Erfüllungsgrad der Bedingung für "Kraft=rechts"

$$E = \max(0,60; 0,28; 0; 0; 0,40) = 0,60$$

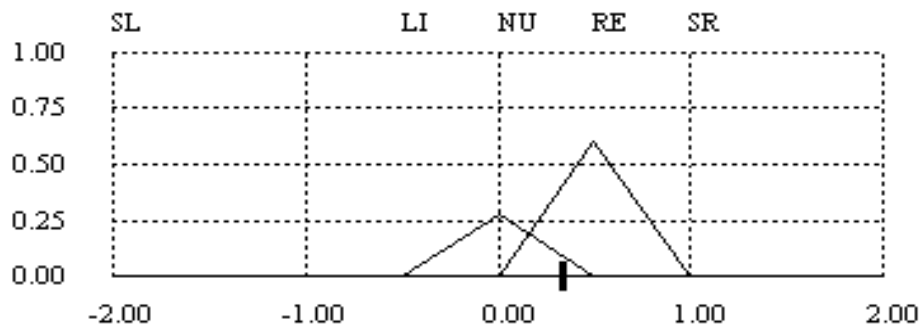
Diesen Wert ordnen wir dem Ausgangsterm "rechts" der Fuzzyvariablen "Kraft" als charakteristische Größe *h* zu (vgl. Kapitel 4). Mit den restlichen Ausgangstermen verfahren wir auf die gleiche Weise. In der Tabelle 5.2 ist dies festgehalten. In dieser Regeltabelle steht jedes Ausgangsfeld für eine UND-Verknüpfung von 2 Bedingungen. Sie werden mit der Min-Regel behandelt. Sämtliche dieser UND-Verknüpfungen, die zum selben Ausgangsterm führen, werden durch ODER verknüpft und mit der Max-Regel bearbeitet. Die Regeln der ersten und letzten Zeile können nicht zünden; ihre Erfüllungsgrade sind nach der Min-Regel nämlich 0, weil die Zugehörigkeitsgrade der entsprechenden Positionsterme 0 sind. Entsprechendes gilt für die erste, vierte und fünfte Spalte.

Damit ergibt sich schließlich das Diagramm aus Abb. 5.8 für die Ausgangsvariable "Kraft". Der Stellwert berechnet sich auf die uns bereits bekannte Weise als Schwerpunktskoordinate.

Wie Sie sehen, ist die Berechnung des Stellwertes aus den charakteristischen Werten der Fuzzyvariablen, den Regeln und den vorgegebenen Messwerten um einiges komplexer geworden.

		Ablenkwinkel				
		stark links 0	links 0,72	Mitte 0,28	rechts 0	stark rechts 0
Position	fern 0	stark rechts	stark rechts	stark rechts	stark rechts	stark rechts
	nah 0,60	null	rechts 0,6	rechts 0,28	rechts	stark rechts
	Ziel 0,40	rechts	rechts 0,40	null 0,28	links	stark links
	zu weit 0	stark links	links	links	links	links

Tab. 5.2 Bei $x = +1,4$ m und $\alpha = -10,8^\circ$ zünden nur 4 Regeln.



5.8 Wenn $x = 1,4$ m und $\alpha = -10,8^\circ$ ist, dann besitzt die charakteristische Größe h für NU den Wert 0,28 und für RE den Wert 0,6. Für die restlichen Terme ist $h = 0$.

Glücklicherweise nimmt uns das *Fuzzy*-Programm diese Arbeit vollständig ab, so dass wir uns in Zukunft den wesentlichen Problemen widmen können, der Konzeption geeigneter Fuzzyvariablen und passender Regeln.

Wenn Sie nun sämtliche Daten unseres Fuzzyprojektes eingegeben haben (Sie können ersatzweise auch die Datei `laufkat1.fuz` laden!), können Sie sie mit dem Simulationsteil unseres *Fuzzy*-Programms austesten. Hat sich nun der zusätzliche Aufwand, den Ablenkwinkel als weitere Eingangsvariable einzuführen, gelohnt? Der Vergleich mit dem Fuzzyprojekt des letzten Kapitels zeigt den gewaltigen Fortschritt: Die Zeit, welche benötigt wird, um die Last über dem Ziel zur Ruhe zu bekommen, ist mindestens halbiert worden!

5.3 Aufgaben

1. Berechnen Sie den Stellwert zu Abb. 5.8. und überprüfen Sie ihn mit Hilfe des Programms *Fuzzy*.
2. Berechnen Sie die charakteristische Größe h der Ausgangsterme für den Fall $x = + 2,3$ m und $\alpha = -9^\circ$.
3. Versuchen Sie, das Fuzzyprojekt `laufkat1.fuz` zu verbessern. Verändern Sie dazu
 - a) nur die Fuzzyvariablen,
 - b) nur die Regeln,
 - c) Fuzzyvariablen und Regeln.

Hinweis: Wenn man von $x = -3$ m aus startet, sind Zeiten von ca. 8 s zu erreichen!

4. Erstellen Sie für das invertierte Pendel ein Fuzzyprojekt mit zwei Eingangsvariablen. Überlegen Sie zunächst, welche Größe als weitere Eingangsgröße zu wählen ist.