

Soweit sich die Gesetze der Mathematik  
auf die Realität beziehen, sind sie ungewiss.  
Und soweit sie gewiss sind,  
beziehen sie sich nicht auf die Realität.

*Albert Einstein*

Wenn die Komplexität zunimmt,  
verlieren präzise Aussagen an Bedeutung,  
und bedeutungsvolle Aussagen  
verlieren an Präzision.

*Lotfi Zadeh*





# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	6
<b>1 Einführung</b>	9
1.1 Einen Besenstiel balancieren	9
1.2 Elektronische Schaltung zum Balancieren	10
<b>2 Fuzzymengen</b>	11
2.1 Klassische Mengen	11
2.2 Zugehörigkeitsfunktionen	12
2.3 Schnittmenge und Vereinigungsmenge	13
2.4 Aufgaben	15
<b>3 Fuzzifizierung</b>	16
3.1 Grundbegriffe	16
3.2 Editieren, Testen und Speichern von Fuzzyvariablen mit dem <i>Fuzzy</i> -Programm	17
3.3 Aufgaben	21
<b>4 Inferenz und Defuzzifizierung</b>	23
4.1 Fuzzyvariablen und Regeln für die Laufkatze	23
4.2 Inferenz	24
4.3 Defuzzifizierung	26
4.4 Fuzzyprojekt für die Laufkatze	29
4.5 Laufkatzenregelung in der Simulation	32
4.6 Aufgaben	32
<b>5 Die Max-Min-Inferenz</b>	34
5.1 Laufkatzenregelung mit zwei Messgrößen	34
5.2 Inferenz bei mehreren Eingangsvariablen	36
5.3 Aufgaben	40
<b>6 Fuzzy – die Theorie</b>	41
6.1 Fuzzymengen	41
6.2 Operationen auf Fuzzymengen	42
6.3 Unscharfes Schließen	46
6.4 Defuzzifizierung	47
<b>7 Experimentelle Fuzzyanwendungen</b>	49
7.1 Die Luftballonaufblasmaschine	49
7.2 Das invertierte Pendel	51
7.3 Kombinationen von Fuzzyregelungen	55
7.3 Noch einmal die Laufkatze	58
7.4 Optimieren von Fuzzyregelungen	61
7.5 Rangierprobleme	61
7.6 Aufgaben	63
<b>8 Fuzzyanwendungen in der Praxis</b>	66
8.1 Fuzzyanwendungen im Überblick	66
8.2 Antipendelregelung bei Kränen	67
8.3 Klimaanlage	68
8.4 Die Vorteile der Fuzzyregelung	68

<b>9</b>	<b>Realexperimente mit Fuzzy</b>	72
9.1	Das Programm <i>RealExp</i>	72
9.2	Das Lokomotivenexperiment	73
9.3	Optimieren des Lokomotivenexperiments	76
9.4	Das invertierte Pendel im Realexperiment	77
9.5	Eigene Fuzzyexperimente	80
9.6	Aufgaben	81
<b>10</b>	<b>Genetische Regelsuche</b>	82
10.1	Genetische Algorithmen und Neuronale Netze	82
10.2	Chromosomen	82
10.3	Bewertung und Selektion	84
10.4	Reproduktion	85
10.5	Mutation	87
10.6	Genetische Regelsuche mit <i>Fuzzy</i>	89
10.7	Aufgaben	90
<b>11</b>	<b>Ausblick</b>	92
11.1	Weitere Anwendungen von Fuzzy	92
11.2	Anregungen	92
<b>12</b>	<b>Anhang</b>	93
12.1	Die Physik des invertierten Pendels	93
12.2	Installation und Grundsätzliches zur Bedienung von <i>Fuzzy</i>	97
12.3	Programm-Interns von <i>Fuzzy</i>	98
12.4	Das Mondlandeprogramm	101
12.5	Bauanleitung für das invertierte Pendel	103
12.6	Lösungen zu ausgewählten Aufgaben	107
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	114

## Vorwort

Als vor einer Reihe von Jahren die ersten Videokameras mit Antiverwacklungssystemen auf den Markt kamen, hörte ich zum ersten Mal das Wort "Fuzzy"<sup>1</sup>. Von den Medien wurde Fuzzy als eine neue "weiche Logik" vorgestellt, mit deren Hilfe das verwackelte Bild einer Videokamera elektronisch stabilisiert werden konnte. "Fuzzy" ist ein englisches Wort und bedeutet soviel wie "unscharf", "kraus" oder "unklar". Wie kann nun etwas Unscharfes klarere Bilder erzeugen? Was ist das Neue an Fuzzy? Warum waren es gerade japanische Firmen, die mit der wirtschaftlichen Ausbeutung dieser revolutionären Idee begannen? Diese Fragen stellte ich mir damals, und vielleicht ist es Ihnen ganz ähnlich ergangen.

Fuzzy geht zurück auf den Mathematiker Lotfi Zadeh, der im Jahre 1965 mit einem neuen Mengenbegriff aufwartete. Zadeh hatte erkannt, dass menschliches Denken und Sprechen oftmals an sehr unpräzise Begriffe gebunden ist. "Das Wetter ist schön" ist eine einfache Aussage, und nach der klassischen Logik sollte man eindeutig entscheiden können, ob sie wahr oder falsch ist. Der Begriff "schön" ist aber gar nicht präzise gefasst. Wenn nun zwar die Sonne scheint, aber ein kühler Wind weht, wird man diese Aussage weder vollständig verneinen, noch vollständig bejahen wollen. Eher wird man sich für irgend etwas dazwischen entscheiden. Ganz ähnlich verhält es sich mit Mengen. Wir brauchen nur die Menge der schönen Tage des Jahres 1995 in München betrachten. War der 12. März ein Element dieser Menge? Natürlich taucht hier dasselbe Problem wieder auf. Das ist nicht verwunderlich, da eine enge Verwandtschaft zwischen Aussagen und Mengen besteht. Nur bei den formalen Sprachen wie z.B. der Mathematik lassen sich solche Schwierigkeiten vermeiden, und hier lassen sich dann auch eindeutige Aussagen über die Zugehörigkeit von Elementen zu einer Menge machen.<sup>2</sup>

Viele Mathematiklehrer kennen die Schwierigkeiten, anschauliche Beispiele für die Mengenlehre der 5. oder 6. Klasse zu finden. Immer wieder gibt es bei den Schülern Uneinigigkeiten darüber, ob ein Element tatsächlich zur betrachteten Menge gehört oder nicht. Wenn es um reale Dinge geht, ist ein klares Ja-oder-Nein oft nicht möglich, meistens sogar auch gar nicht angebracht. Um solche Situationen dennoch mengenmäßig erfassen zu können, führte Zadeh nun Mengen mit teilweiser Mitgliedschaft ein; er nannte sie "fuzzy sets", zu deutsch unscharfe Mengen. Ein kühler, aber sonniger Tag könnte z.B. zu 80% zur Menge der schönen Tage gehören.

Lange Zeit führte diese neue Mengenlehre ein Schattendasein. Nur wenige Forscher beschäftigten sich mit ihr; sie galt - vor allem in den USA - als unseriös. Das änderte sich auch nicht, als 1973 Ebrahim Mamdani in Edinburgh erkannte, wie mit diesen Fuzzymengen eine Dampfmaschine auf der Basis einfacher Regeln kontrolliert werden konnte. Es waren die fernöstlichen Ländern, allen voran Japan, die als erste erkannten, dass es sich lohnen könnte, größere Forschungsprojekte für die Anwendung der Ideen von Zadeh und Mamdani zu finanzieren. Oft wird dies darauf zurückgeführt, dass die fernöstliche Denkweise den unscharfen Mengen näher stehen würde als die westliche. Tatsächlich aber ist auch die Mengenlehre Zadehs eine exakte mathematische Theorie, und damit hat sie auch ihre Wurzeln in der westlichen (griechischen) Philosophie. Es ist wohl vielmehr so, dass die fernöstlichen Länder weitaus eher bereit sind, größere Summen in neue Techniken zu investieren.

Inzwischen ist in den westlichen Ländern die eher skeptische, manchmal sogar ablehnende Haltung einer teils abwartenden, teils euphorischen Haltung gewichen. Wie sehr Fuzzy in der Meinung gestiegen ist, erkennt man wohl am ehesten daran, dass mittlerweile das Etikett "Fuzzy" schon bei zahlreichen Produkten zu Werbezwecken eingesetzt wird.

---

<sup>1</sup>Ausgesprochen: "Fasi", mit kurzem "a" und stimmhaften "s"!

<sup>2</sup>Tatsächlich können auch in der Mathematik Probleme auftauchen, wenn bei der Definition der Menge auf diese selbst zurückgegriffen wird. Ein Beispiel dafür ist die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten (Russelsche Antinomie).



Werbung mit Fuzzy

Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, ob sich nicht auch allgemeinbildende Schulen diesem Thema widmen sollten. Ist dies nicht zu schwer? Ist der Stoffverteilungsplan nicht schon umfangreich genug? Derartige Fragen werden Ihnen jetzt sicherlich durch den Kopf gehen. Überzeugen Sie sich selbst: Bei geeigneter didaktischer Reduzierung sind nur wenige Vorkenntnisse aus der Mathematik (Funktionsbegriff, Steigung, Strahlensätze, Seitenhalbierende im Dreieck) erforderlich, um zu verstehen, wie auch anspruchsvolle Regelungsvorhaben realisiert werden können. Obendrein lässt sich ein Exkurs über Fuzzyregelung durchaus in den Unterricht der Mittel- oder Oberstufe eines Gymnasiums integrieren. Im Mathematikunterricht der Mittelstufe etwa könnte man an die Behandlung der linearen Funktionen anknüpfen. Im Physikunterricht der Oberstufe ließe sich das invertierte Pendel und seine Regelung mit Fuzzy im Rahmen der Drehbewegungen ansprechen. Je nach Ausgangspunkt werden sich natürlich unterschiedliche Schwerpunkte ausbilden.

Anwendungen von Fuzzy lassen sich in vielen Fächern finden, z.B. der Technik, der Physik, der Biologie, den Wirtschafts- und den Sozialwissenschaften. Umgekehrt können manche dieser Fächer selbst auch wieder zum Verständnis von Fuzzy beitragen oder wertvolle Ergänzungen liefern. Stellvertretend sei hier die Genetische Regelsuche genannt, die der natürlichen Evolution entlehnt ist. Insofern kann dieses Buch auch als Leitfaden für ein fächerübergreifendes Projekt dienen.

Dieses Buch stellt eine einfache Einführung in die Fuzzyregelung (Fuzzy Control) dar. Es bietet keinen allgemeinen Überblick über sämtliche Aspekte von Fuzzymengen. Das ist aber auch gar nicht das Ziel. Vielmehr soll hier auf der Basis der grundlegenden Begriffe die Funktionsweise der Fuzzyregelung erklärt und an Hand von praktischen Anwendungen vertieft werden.

Wesentlicher Bestandteil unseres Lehrgangs ist das Lernprogramm *Fuzzy* auf der beigefügten CD<sup>1</sup>. Einerseits können mit ihm die wesentlichen Zusammenhänge der Fuzzyregelung verdeutlicht werden.

<sup>1</sup> Einzelheiten zur Installation können Sie im Anhang nachlesen.

Andererseits gestattet es aber auch, eigene Fuzzyprojekte zu erstellen und auszutesten. Dabei hört das Testen nicht wie bei vielen anderen Programmen mit einer Darstellung der Beziehung zwischen Ein- und Ausgangsgrößen auf. Unser Lernprogramm ist vielmehr in der Lage, die Fuzzyregelung auf zahlreiche simulierte Experimente sowie auf verschiedene Realexperimente, insbesondere auf das invertierte Pendel anzuwenden. So kann die Güte der jeweiligen Fuzzyregelung auch experimentell festgestellt werden. Nahezu spielerisch lernt man mit Fuzzy umzugehen, Projekte zu planen, zu testen und zu optimieren.

Für die Realexperimente benötigen Sie allerdings ein Interface; unsere Software unterstützt Interfaces verschiedener Anbieter: Multiface von der Firma Knobloch, CASSY von der Firma Leybold und zwei Selbstbau-Interfaces. Die Selbstbau-Interfaces wurden von Herrn U. Ihlefeldt aus Wuppertal speziell für Fuzzy-Realexperimente entwickelt; sie lassen sich jedoch auch anderweitig einsetzen.<sup>1</sup> Diese Interfaces sind einfach und sicher zu bedienen und vor allem sehr preiswert: für den gesamten Aufbau des invertierten Pendels, angefangen beim Wagen über die Sensoren bis hin zum Interface, bezahlt man ca. 100 Euro.

Allen, die mich beim Verfassen dieses Buches unterstützt haben, sei gedankt. Besonderen Dank möchte ich aussprechen den Schülern Jan-Christian Arnold, Marco Müllers, Jan Ruszczyk und Mirko Sack sowie meiner Frau Irmintraud. Sie haben beim *Fuzzy*-Programm zahlreiche Verbesserungsvorschläge gemacht und dabei geholfen, einen Prototypen des invertierten Pendels zum Gelingen zu führen. Mein Dank gilt aber auch Herrn Dr. M. Wagner von der Redaktion Naturwissenschaften des Ernst Klett Verlags für die stets angenehme Zusammenarbeit und die rege Hilfe beim Schreiben dieses Buches.

Vor allem aber möchte ich meinem Freund U. Ihlefeldt danken. Gerne erinnere ich mich an die immer wieder spannenden und fruchtbringenden Treffen, bei denen wir den Prototypen des invertierten Pendels weiter entwickelten zu einem universellen Fuzzy-Realexperimentierset. Ohne seine fachlichen Kenntnisse im Bereich der Elektronik und ohne seine handwerklichen Fähigkeiten wäre dies sicher nicht gelungen.

Georg Heinrichs, im Sommer 2003

---

<sup>1</sup> Mit dem *Oszi*-Programm auf der Fuzzy-CD liefern sie z. B. ein einfaches Speicheroszilloskop.