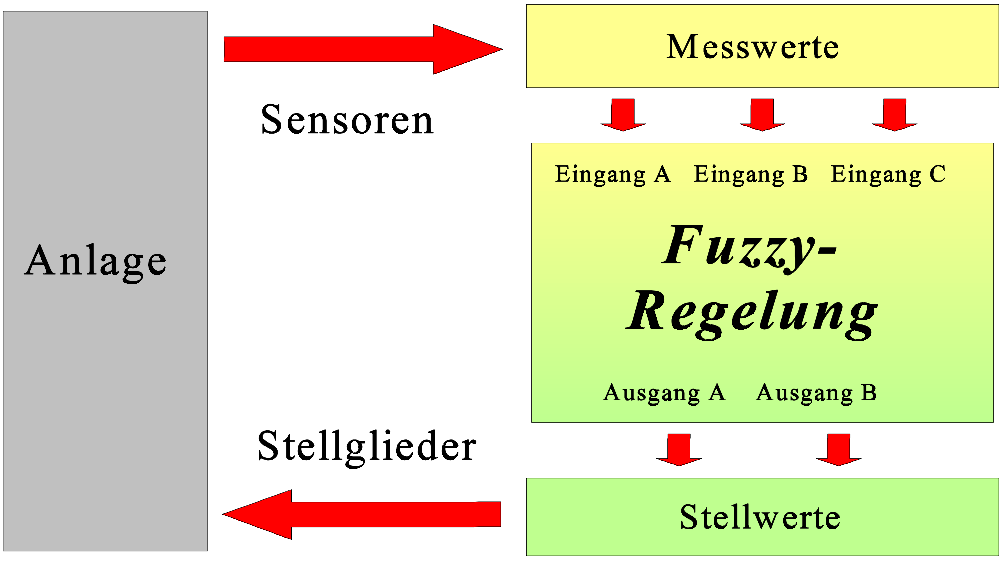
4 Inferenz und Defuzzifizierung

In diesem Kapitel werden wir unser erstes Fuzzyprojekt erstellen; eine einfache Laufkatzenregelung ist unser Ziel. Und damit Sie auch gleich sehen, dass das Projekt funktionstüchtig ist, werden Sie am Ende des Kapitels erfahren, wie Sie es mit dem Programm *Fuzzy* in einem Simulationsexperiment testen können.

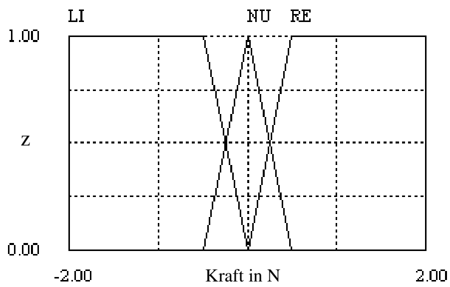


4.1 Schema einer Fuzzyregelung

4.1 Fuzzyvariablen und Regeln für die Laufkatze

Rufen wir uns den Aufbau einer Regelung in Erinnerung (Abb. 4.1). Über Messsonden werden die jeweils aktuellen Daten über die zu regelnde Anlage gesammelt. Bei unserem Laufkatzenmodell beschränken wir uns in diesem Kapitel auf eine einzige Messgröße: die Position der Laufkatze.[1] Diese Messgröße haben wir schon im letzten Kapitel fuzzifiziert.

Neben den Eingangsgrößen müssen auch die Ausgangsgrößen fuzzifiziert werden. In unserem Fall ist die Kraft auf die Laufkatze die Ausgangsgröße, die als Stellgröße wieder die Anlage beeinflusst. Sie lässt sich durch die drei Terme "links", "etwa null" und "rechts" erfassen. Ein mögliches zugehöriges Diagramm sehen Sie in Abb. 4.2.



4.2 Die Fuzzyvariable "Kraft"

Die Regeln, nach denen die Fuzzyregelung vorgenommen werden soll, werden nun nicht direkt für die Mess- und Stellgrößen formuliert. Vielmehr benutzen sie die Terme der Fuzzyvariablen und stellen einen Zusammenhang zwischen ih-

[1]Später werden wir auch den Ablenkwinkel als weitere Messgröße benutzen, vgl. Kapitel 5 und 7.

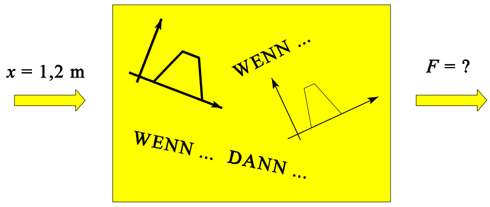
nen her. In unserem Fall verknüpfen sie die Terme "fern", "Ziel" und "zu weit" der Fuzzyvariablen "Position" mit den Termen "links", "null" und "rechts" der Fuzzyvariablen "Kraft":

WENN Position=fern, DANN Kraft=rechts
WENN Position=Ziel, DANN Kraft=null
WENN Position=zu weit, DANN Kraft=links

Alle Regeln werden in der Form WENN ..., DANN ... angegeben. Im WENN-Teil stehen Terme der Eingangsvariablen, im DANN-Teil Terme der Ausgangsvariablen. Damit ist die fuzzymäßige Beschreibung unserer Laufkatzenregelung auch schon abgeschlossen.

4.2 Inferenz

So einfach kann das doch nicht sein, werden Sie vielleicht jetzt denken. Welche Kraft F genau soll nun auf die Laufkatze wirken, wenn die Position z.B. x = 1,2 m beträgt? In der Tat haben wir noch nicht geklärt, nach welchen Strategien sich aus den verschiedenen Daten, den Messgrößen, den Fuzzyvariablen und den Regeln, die Stellgrößen ergeben sollen. Diese Strategien sind jedoch, wie wir gleich sehen werden, unabhängig von dem betrachteten System. Demnach definieren unsere beiden Fuzzyvariablen und die drei Regeln tatsächlich unsere Fuzzyregelung bereits vollständig.

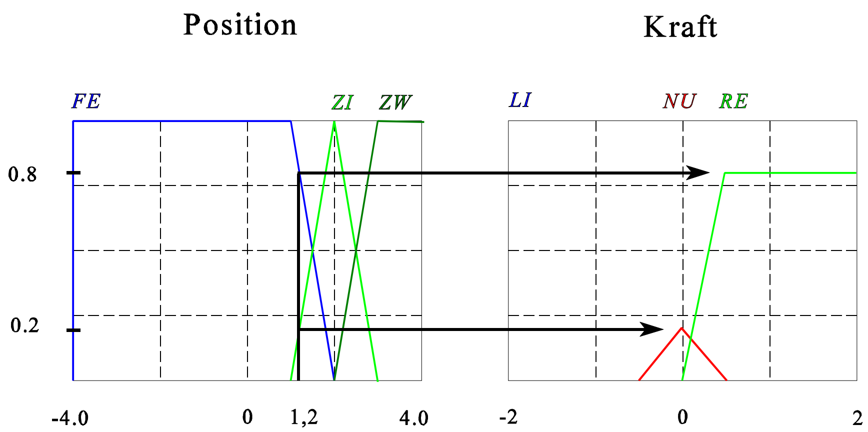


4.3 Vom Meßwert zum Stellwert, aber wie?

Wie sehen nun diese allgemeinen Strategien aus? Der Anschaulichkeit halber betrachten wir zunächst unsere Laufkatzenregelung für den konkreten Fall x = 1,2 m. Nach dem linken Diagramm aus Abb. 4.4 ist diese Position "fern" mit Zugehörigkeitsgrad 0,8 und am "Ziel" mit Zugehörigkeitsgrad 0,2. Der Zugehörigkeitsgrad für "zu weit" ist 0. Diese Zugehörigkeitsgrade geben an, in wieweit die Bedingungen unserer Regeln jeweils erfüllt sind. An diese Zugehörigkeitsgrade der Eingangsvariable werden die Zugehörigkeitsfunktionen der Ausgangsgröße nun gemäß den Regeln angepasst. Abb. 4.4 macht deutlich, wie dies geschieht.

Die erste Regel lautete "WENN Position = fern, DANN Kraft = rechts". Nun hat bei unserer Position x = 1,2 m der Zugehörigkeitsgrad zu "fern" den Wert 0,8; dafür schreiben wir kurz: $z_{fern}(1{,}2) = 0{,}8$. Der WENN-Teil der Regel ist also nur zu 80% erfüllt. Wir sagen: Der *Erfüllungsgrad* der Bedingung ist 0,8. Dementsprechend wird der DANN-Teil auch nur zu 80% eintreffen. Die Zugehörigkeitswerte von "Kraft = rechts" dürfen also 0,8 nicht überschreiten, wenn der Erfüllungsgrad der Bedingung nur 0,8 ist. Wir tragen dem Rechnung, indem wir die charakteristische Größe h des zugehörigen Ausgangsterms "rechts" auf 0,8 setzen.

Ebenso verfahren wir mit der zweiten Regel: Nach ihr hängt die Zugehörigkeitsfunktion des Ausgangsterms "null" von dem Eingangsterm "Ziel" ab. Da hierfür der Erfüllungsgrad 0,2 ist, wird der Graph von "null" entsprechend niedrig; seine Spitze liegt nun bei h = 0,2. Von dem Graphen zum Ausgangsterm "links" ist nichts zu sehen; schließlich besitzt diese dritte Regel "WENN Position = zu weit, DANN Kraft = links" den Erfüllungsgrad 0. Damit kommt diese Regel gar nicht zum Tragen. Man sagt in diesem Fall: *Die Regel zündet nicht.*

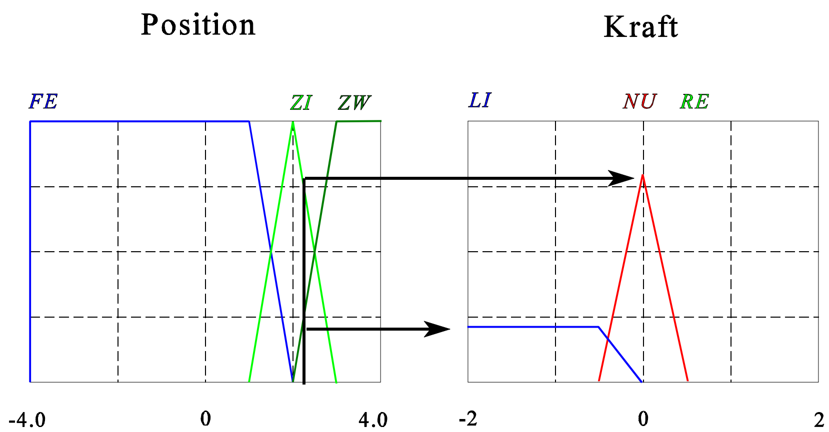


4.4 Gemäß den Regeln passen sich die Ausgangsterme den Zugehörigkeitsgraden der Eingangsterme an.

Allgemein gilt: Gibt es zu einem Ausgangsterm *A* nur einen Eingangsterm *E*, mit dem er durch die Regel "WENN Eingang = *E*, DANN Ausgang = *A*" verknüpft ist, dann wird die charakteristische Größe *h* von *A* gleich dem Zugehörigkeitsgrad *z* der Meßgröße *x* zu *E* :

$$h_A = z_E(x)$$

Aus dem scharfen Messwert $x = 1{,}2$ und der Fuzzyvariablen "Position" haben wir mit Hilfe der Regeln eine angepasste Fuzzyvariable "Kraft" erzeugt. Dies bezeichnet man als *Inferenz*. Durch die Inferenz wird also jedem Messwert ein neuer Satz von Zugehörigkeitsfunktionen der Ausgangsvariablen zugeordnet. Für $x = 2{,}2$ m erhält man z.B. folgendes Bild:



4.5 Inferenz für $x = 2{,}2$ m

4.3 Defuzzifizierung

Um die Laufkatze zu steuern, muss unsere Fuzzyregelung eine eindeutige Kraftangabe erzeugen. Bislang haben die Fuzzifizierung und die Inferenz uns aber nur ein Kraft*diagramm* und keinen Kraft*wert* geliefert. Wir müssen nun eine Methode finden, wie aus einem solchen Fuzzydiagramm in sinnvoller Weise ein scharfer Stellwert konstruiert werden kann. Da es sich hierbei gewissermaßen um die Umkehrung zur Fuzzifizierung handelt, spricht man hier von der *Defuzzifierung*.

Unsere Fuzzyregelung bietet zunächst alle Kraftwerte an, die zu Fuzzymengen aus unserem Diagramm gehören, welches uns die Inferenz geliefert hat. In Abb. 4.5 sind das alle Kraftwerte aus dem Intervall [-2,0; 0,5] (Angaben in N). Allerdings besitzen die verschiedenen Kraftwerte unterschiedliche Zugehörigkeitsgrade für die einzelnen Fuzzymengen. So weist in der Abb. 4.5 der Kraftwert F_1 = - 1,0 N nur einen Zugehörigkeitsgrad von z_1 = 0,2 auf, der Kraftwert F_2 = 0 N hingegen besitzt einen Zugehörigkeitsgrad z_2 = 0,8. Diese Zugehörigkeitsgrade lassen sich auch als *Empfehlungsgrade* deuten: Unsere Fuzzyregelung schlägt danach zwar viele Kandidaten als Stellwert für die Laufkatze vor, aber manche werden dabei mehr, andere wiederum weniger empfohlen.

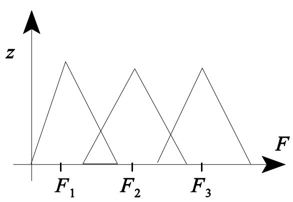
Wie wählen wir nun unter diesen Kandidaten aus? Die einfachste Möglichkeit besteht darin, sich für den Kandidaten mit der besten Empfehlung, d.h. mit dem maximalen Zugehörigkeitsgrad zu entscheiden. In unserem Fall wäre das F_2 = 0 N. Dieses Verfahren zur Defuzzifizierung bezeichnet man als Maximum-Methode.

> Die Defuzzifizierung eines Ausgangsdiagramms kann durch die Maximum-Methode erfolgen. Dabei wählt man als scharfen Stellwert die Maximalstelle des Diagramms.

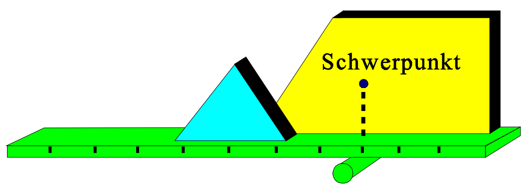
Diese Maximum-Methode wird in der Regelungstechnik allerdings seltener angewandt. In manchen Fällen erweist sie sich nämlich als problematisch. Ein erstes Problem können wir an Abb. 4.6 ablesen: Hier erhält der Wert F_1 zwar die höchste Empfehlung; aber die Werte F_2 und F_3 werden kaum weniger empfohlen. Dass diese Kandidaten bei der Bildung des Stellwertes letztlich überhaupt nicht berücksichtigt werden, ist kaum zu rechtfertigen.

Weiterhin können je nach Messwert auch Ausgangsdiagramme entstehen, bei denen zwei oder auch mehrere Maximalstellen denselben Empfehlungsgrad besitzen. Für welchen Kandidaten sollte man sich nun entscheiden? Ein Ausweg könnte darin bestehen, den Mittelwert dieser Kandidaten zu bilden. Diese Idee ließe sich sogar übertragen auf unser erstes Problem: Hier könnte man einen gewichteten Mittelwert $(z_1 F_1 + z_2 F_2 + z_3 F_3)/(z_1 + z_2 + z_3)$ benutzen, wobei z_1, z_2 und z_3 die Empfehlungsgrade an den Stellen F_1, F_2 und F_3 sind. Aber auch diese Methode lässt sich nicht immer problemlos anwenden: In Abb. 4.4 tauchen z. B. unendlich viele solcher Kandidaten auf!

Glücklicherweise gibt es eine Methode, welche mit allen diesen Problemen zurechtkommt. Sie wird *Schwerpunkt-Methode* genannt und ähnelt, wie wir gleich sehen werden, der gerade erwähnten Methode des gewichteten Mittelwerts.



4.6 F_1 hat den höchsten Empfehlungsgrad.



4.7 Ermittlung der Schwerpunktkoordinate

Um zu erklären, was man unter der Schwerpunkt-Methode versteht, sägen wir aus einer Holzplatte einzelne Stücke heraus, welche die Umrisse der Graphen unseres Diagramms besitzen. Anschließend werden sie entsprechend ihrer Lage im Diagramm auf eine Leiste montiert (Abb. 4.7). Das Gewicht dieser Leiste soll dabei so gering sein, dass es gegenüber dem Gewicht der Holzplattenstücke vernachlässigt werden kann.

Legt man nun diese Anordnung wie in Abb. 4.7 auf einen Stab, so kippt sie nach links, wenn ihr Schwerpunkt links vom Stab liegt, und genauso nach rechts, wenn ihr Schwerpunkt sich rechts vom Stab befindet. Nur wenn der Schwerpunkt genau über dem Stab liegt, bleibt unsere Holzkonstruktion im Gleichgewicht. Der Stab markiert dann die Schwerpunktskoordinate s.

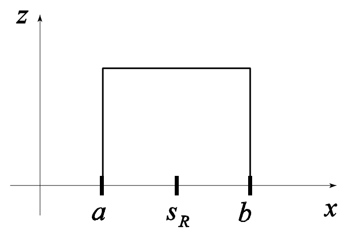
Natürlich kann man diese Schwerpunktskoordinate auch aus den charakteristischen Werten unserer Terme berechnen.[1] Wir betrachten zunächst zwei einfache Grundtypen von Graphen, aus denen sich alle anderen zusammensetzen lassen, das Rechteck und das rechtwinklige Dreieck.

Unabhängig von der Höhe ist die Schwerpunktskoordinate s_R bei dem Rechteck aus Abb. 4.8 gleich dem Mittelwert von a und b :

$$s_R = \frac{a+b}{2} \qquad (1)$$

Zur Bestimmung der Schwerpunktskoordinate beim Dreieck aus Abb. 4.9 greifen wir auf einen Satz aus der Geometrie zurück: Der Schwerpunkt S ist der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden; er teilt diese im Verhältnis 1:2. Nach dem 1. Strahlensatz ist dann

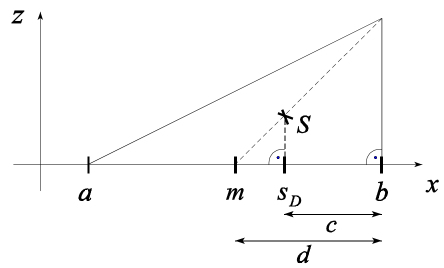
$$\frac{c}{d} = \frac{2}{2+1} \,,$$



4.8 Schwerpunkt beim Rechteck

also $c = \frac{2}{3}d$. Wegen $d = \frac{1}{2}(b-a)$ ist dann

$$\begin{aligned} s_D &= b - c \\ &= b - \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}(b-a) \\ &= b - \frac{1}{3}(b-a) \qquad (2) \\ &= \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b \,. \end{aligned}$$

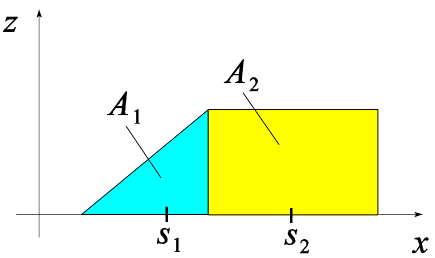


4.9 Schwerpunkt beim Dreieck

[1] Allgemein erhält man die Schwerpunktskoordinate einer Funktion über dem Intervall [a ; b] aus dem Integral $s = \int_a^b x \cdot f(x)\, dx$.

Damit können wir jetzt auch die Schwerpunktskoordinate von trapezförmigen Graphen wie in Abb. 4.10 bestimmen: Dazu unterteilen wir das Trapez in ein Dreieck und ein Rechteck. Deren Schwerpunktskoordinaten s_1 und s_2 können wir bereits berechnen. Die Schwerpunktskoordinate s_T des Trapezes ergibt sich allerdings nicht aus dem einfachen Mittelwert; vielmehr müssen die unterschiedlichen Gewichte der beiden Flächen berücksichtigt werden. Dies geschieht durch den sogenannten gewichteten Mittelwert:

$$s_T = \frac{A_1 s_1 + A_2 s_2}{A_1 + A_2} \qquad (3)$$



4.10 Trapezzerlegung

Der gewichtete Mittelwert ist Ihnen sicherlich von der Berechnung der Durchschnittsnote einer Klasse vertraut. Würde man den einfachen Mittelwert der Noten 1 bis 6 bilden, erhielte man immer den Wert 3,5. Dabei würde aber nicht berücksichtigt, dass die einzelnen Noten mit unterschiedlicher Häufigkeit auftreten. Beim gewichteten Mittelwert n wird die Note so oft gezählt, wie sie vorkommt:

Notenverteilung						
Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	3	5	7	6	4	1

$$n = \frac{1+1+1 + 2+2+2+2+2 + \ldots}{3+5+7+6+4+1} = \frac{3\cdot 1 + 5\cdot 2 + 7\cdot 3 + 6\cdot 4 + 4\cdot 5 + 1\cdot 6}{3+5+7+6+4+1} = \frac{84}{26}$$

Um nun den gesuchten Stellwert zu erhalten, bildet man schließlich zu den Schwerpunktskoordinaten aller Graphen des Diagramms abermals den gewichteten Mittelwert.

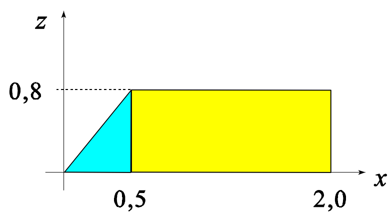
Die dargelegte Vorgehensweise wollen wir einmal an einem konkreten Beispiel ausführen. Wir benutzen - wie schon zuvor - die Position x = 1,2 m als Eingangsgröße (Abb. 4.4). Für den Graphen von "null" ist dann:

$$s_{nu} = 0 \quad \text{und} \quad A_{nu} = \tfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 0{,}2 = 0{,}10$$

Den Graphen von "rechts" teilen wir in einen Dreieck- und einen Rechteckteil auf (Abb. 4.11):

$$S_D = \tfrac{2}{3}\cdot 0{,}5 = \tfrac{1}{3} \doteq 0{,}333$$
$$A_D = \tfrac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 0{,}8 = 0{,}20$$

$$s_R = \tfrac{1}{2}(0{,}5 + 2) = 1{,}250$$
$$A_R = 1{,}5\cdot 0{,}8 = 1{,}20$$



4.11 Diagramm zum Term "rechts"

Insgesamt ist die Schwerpunktskoordinate des Graphens zu "rechts"

$$
\begin{aligned}
s_{re} &= \frac{A_D\, s_D + A_R\, s_R}{A_D + A_R} \\
&\doteq \frac{0{,}20 \cdot 0{,}333 + 1{,}20 \cdot 1{,}250}{0{,}20 + 1{,}20} \\
&\doteq 1{,}119 \ .
\end{aligned}
$$

Der entsprechende Flächeninhalt beträgt

$$A_{re} = A_D + A_R = 1{,}40 \ .$$

Der Stellwert für die Kraft errechnet sich schließlich als gewichteter Mittelwert der beiden Schwerpunktskoordinaten s_{nu} und s_{re}:

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{A_{nu} s_{nu} + A_{re} s_{re}}{A_{nu} + A_{re}} \\
&\doteq \frac{0{,}10 \cdot 0 + 1{,}40 \cdot 1{,}119}{0{,}10 + 1{,}40} \\
&\doteq 1{,}044
\end{aligned}
$$

Durch ähnliche Betrachtungen gelangt man übrigens auch zur Schwerpunktskoordinate eines beliebigen trapezartigen Fuzzydiagramms mit den charakteristischen Werten *a*, *b*, *c*, *d* und *h*:

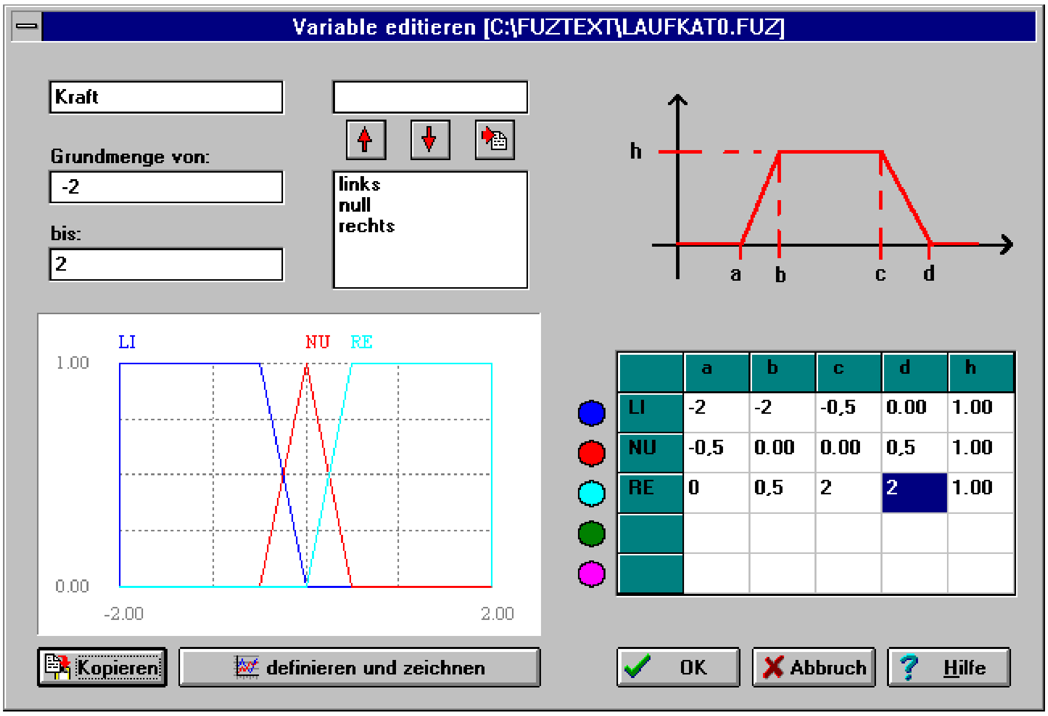
$$s = \frac{(b-a)(a+2b) + 3(c^2-b^2) + (d-c)(2c+d)}{3(d+c-b-a)} \tag{4}$$

Die Defuzzifizierung eines Ausgangsdiagramms kann durch die Schwerpunkt-Methode erfolgen. Dabei berechnet man zunächst nach (4) aus den charakteristischen Größen die Schwerpunktskoordinate jedes trapezartigen Teildiagramms. Von diesen bildet man den gewichteten Mittelwert und erhält so die Schwerpunktskoordinate des gesamten Diagramms.

Genau mit diesen Formeln arbeitet auch unser Programm *Fuzzy*. Allerdings ist es in der Lage, in einer Sekunde mehrere Hunderte oder Tausende solcher Berechnungen durchzuführen.

4.4 Fuzzyprojekt für die Laufkatze

Am Beispiel unserer Laufkatze wollen wir jetzt Schritt für Schritt unser erstes Fuzzyprojekt in den Computer eingeben. Da wir keine echte Laufkatze zur Verfügung haben, müssen wir uns mit einer simulierten Laufkatze begnügen. Versuchen Sie unbedingt zunächst einmal, die Laufkatze manuell ins Ziel zu steuern. Nur so werden Sie die Leistung unserer Fuzzyregelung schätzen lernen. Starten Sie dazu das *Fuzzy* -Programm und wählen Sie Simulation | Laufkatze | Handregelung. Es erscheint das Simulationsfenster für die Laufkatze. Nachdem Sie den Start-Knopf betätigt haben, können Sie mit der Maus an dem Kraftbalken die gewünschte Kraft einstellen.

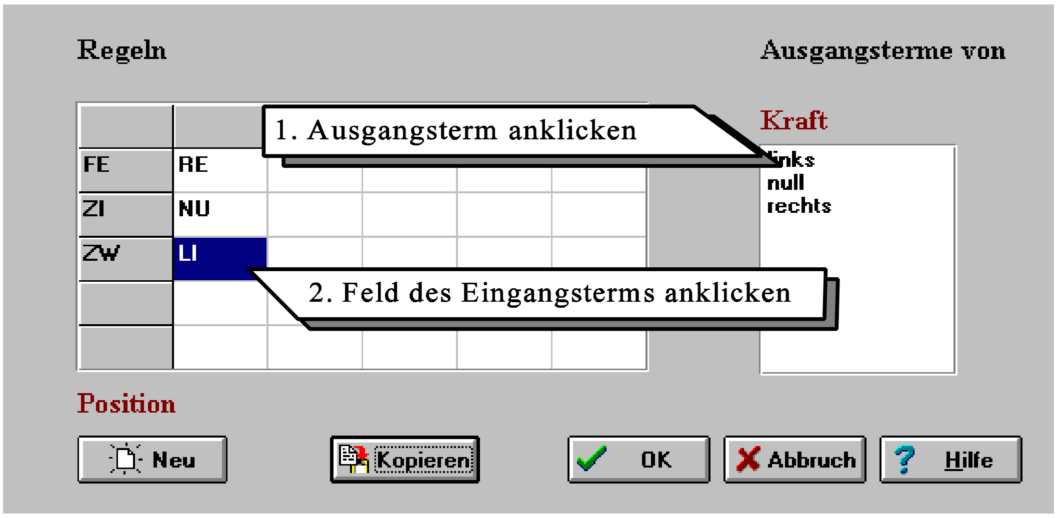


4.12 Eingabe der Fuzzyvariablen "Kraft"

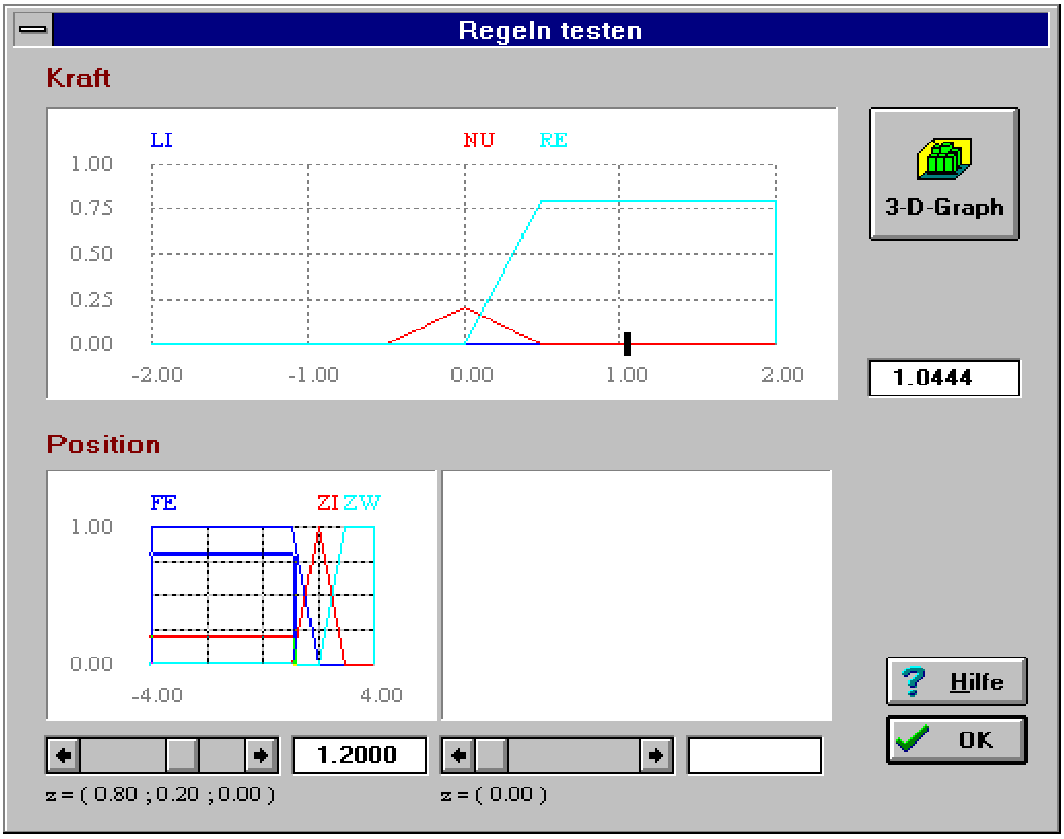
Widmen wir uns nun wieder der Fuzzyregelung. Wir beginnen mit der Eingabe des Fuzzyprojektes. Die Fuzzifizierung der Eingangsvariable "Position" haben wir schon im letzten Kapitel vorgenommen. Laden Sie die entsprechende Datei mit Datei | Öffnen oder mit dem -Knopf. Ersatzweise können Sie auch die mitgelieferte Datei Laufkat0.fuz benutzen. Diese Datei besteht bislang nur aus der Variablen "Position" als Eingang A. Ergänzen Sie nun die Ausgangsvariable "Kraft" gemäß Abb. 4.12 und schließen die Eingabe mit der OK-Taste ab.

Zur Eingabe der Regeln wählen Sie im Regeln-Menü die Option Editieren oder betätigen den –Knopf. Es erscheint das Regeleditierfenster. Abb. 4.13 macht deutlich, wie die Regel "WENN Position = zu weit, DANN Kraft = links" einzugeben ist: In der ersten Spalte der Tabelle stehen die Terme der Eingangsvariablen *A*, also der Position. Die Ausgangsterme, die ihnen durch die Regeln zugeordnet werden, tragen Sie daneben ein: Durch Anklicken des entsprechendes Feldes wird jeweils der aktuelle Term der Ausgangsvariablen eingefügt. Diese Eintragungen können übrigens beliebig überschrieben und durch einen Doppelklick auch gelöscht werden. Die restlichen Spalten der Tabelle benutzen wir jetzt noch nicht; sie werden erst benötigt, wenn eine zweite Eingangsvariable eingesetzt wird. Schließen Sie nun die Eingabe mit der OK-Taste ab und speichern Sie das Projekt zur weiteren Verwendung ab.

Als Erstes testen wir unsere Fuzzyregelung. Mit Regeln | Testen oder dem -Knopf gelangen Sie in das Testfenster für Regeln. Wie schon bei dem Testfenster für die Fuzzyvariablen in Kapitel 3 können Sie die Messwerte für die Position mit dem Rollbalken einstellen. Die Graphen der Ausgangsvariablen "Kraft" passen sich automatisch an. Gleichzeitig wird die Schwerpunktskoordinate errechnet und angezeigt (Abb. 4.14). Wenn Sie die Fuzzyvariablen und die Regeln korrekt eingegeben haben, erhalten Sie $F = +1{,}04$ N als Ausgangswert zum Eingangswert $x = 1{,}2$ m; das ist derselbe Stellwert, den wir auch schon weiter oben "zu Fuß" berechnet hatten.



4.13 Eingabe der Regeln für die Laufkatze



4.14 In diesem Fenster können Sie die Regeln testen.

4.5 Laufkatzenregelung in der Simulation

Was taugt unser erstes Fuzzyprojekt? Kann es tatsächlich eine Laufkatze regeln? Das wollen wir jetzt mit Hilfe der Laufkatzensimulation herausfinden. Da das Laufkatzensimulationsprogramm in Hinblick auf fortgeschrittenere Fuzzyprojekte jedoch zwei Eingangsvariable voraussetzt, und zwar die Position als Eingang *A* und den Ablenkwinkel als Eingang *B*, müssen wir unser Fuzzyprojekt noch erweitern: Als Eingang *B* geben wir einen einzigen Term ein, dessen Funktionswerte über dem Intervall [-90°; 90°] sämtlich 1 sind. Diese Ergänzung hat keinerlei Auswirkung auf die Fuzzyregelung selbst.[1]

Mit der Option Laufkatze | Fuzzyregelung aus dem Simulation-Menü gelangen Sie zum Simulationsteil des Programms. Nach dem Betätigen des Start-Knopfes setzt sich die Laufkatze in Bewegung; dabei gerät das Seil in Schwingungen. Die Laufkatze schießt zunächst über das Ziel hinaus, bremst ab und fährt zurück. Nach einiger Zeit kommt das Seilende schließlich über dem Ziel zur Ruhe, die Last kann abgeladen werden. Dies wird durch eine Ampel angezeigt. Sie springt von Rot auf Grün, wenn die Last am unteren Ende des Seils weniger als 10 cm von der Zielposition entfernt ist und ihre Geschwindigkeit weniger als 10 cm/s beträgt.

Natürlich lässt sich an unserem Fuzzyprojekt noch einiges verbessern: Beim Start kann eine größere Kraft wirken, so dass die erste Strecke schneller überwunden wird; bereits vor dem Ziel kann die Kraft reduziert werden, damit die Laufkatze nicht so weit über das Ziel hinausschießt. Dies können Sie erreichen, indem Sie die Terme der Eingangs- bzw. Ausgangsvariablen verändern bzw. zusätzliche Terme einfügen. Gegebenenfalls müssen Sie auch Ihre Regeln den neuen Gegebenheiten anpassen. Experimentieren Sie ruhig einmal selbst mit den Parametern; auf diese Weise erhalten Sie auch ein Gefühl für den Umgang mit Fuzzysystemen.

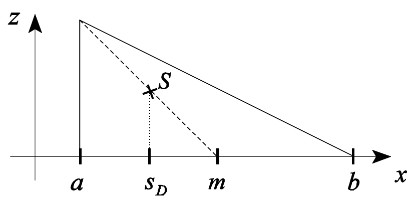
Bei der Bewertung unseres ersten Fuzzyprojekts darf man nicht vergessen, dass es sich um ein ganz einfaches Projekt handelt. So wurde das Pendeln der Last überhaupt noch nicht berücksichtigt; wir werden dies im nächsten Kapitel nachholen. Immerhin ist deutlich geworden, dass unsere Laufkatze bereits mit nur 2 Fuzzyvariablen und lediglich 3 Regeln erfolgreich kontrolliert werden kann. Bemerkenswert dabei ist, dass zum Aufstellen dieser Regeln keine genaueren Kenntnisse über das physikalische Wagen-Pendel-System erforderlich waren. Dies ist typisch für Fuzzyregelungen. Oftmals reichen einfache Erfahrungen (sogenanntes Expertenwissen) aus, um geeignete Fuzzyvariablen und Regeln aufzustellen. Den Rest erledigt, wie wir gesehen haben, unser nunmehr erprobtes Trio: Fuzzifizierung, Inferenz und Defuzzifizierung.

4.6 Aufgaben

1. Leiten Sie für das Dreieck aus Abb. 4.15 die Formel

$$s_D = \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b$$

für die Schwerpunktskoordinate her.



4.15 Zu Aufgabe 1

2. An welcher Stelle der Defuzzifizierung geht zum ersten (und einzigen) Mal die Größe des Zugehörigkeitsgrades in die Berechnung der Schwerpunktskoordinate ein?

---

[1] Im nächsten Kapitel werden wir den Fall zweier Eingangsvariablen eingehend untersuchen.

3. Leiten Sie die Gleichung (4) her. (Hinweis: Die Lösung dieser Aufgabe ist leichter, als man vielleicht denkt, aber etwas mühselig!)

4. Der Messwert für die Position betrage $x = 2{,}6$ m. Berechnen Sie den zugehörigen Stellwert. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem des *Fuzzy* -Programms.

5. Testen Sie Ihre Fuzzyregelung für die Laufkatze auch bei anderen Startpositionen und kleineren oder auch größeren Pendellänge aus. Sie können diese mit Optionen|Simulation ändern.

6. Das invertierte Pendel

   Planen Sie für das invertierte Pendel eine einfache Fuzzyregelung. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

   a) Definieren Sie die Fuzzyvariable "Winkel" als Eingang *A* mit den Termen "links", "Mitte" und "rechts". Sie sollen die Ablenkung des Pendels aus der Vertikalen beschreiben. Benutzen Sie dabei das übliche Gradmaß.

   b) Definieren Sie die Fuzzyvariable "Kraft" als Ausgang.

   c) Überlegen Sie sich geeignete Regeln und geben Sie sie in das *Fuzzy* -Programm ein.

   d) Um Ihr Projekt in der Simulation testen zu können, müssen Sie wie schon bei der Laufkatze auch den Eingang *B* definieren. Geben Sie dazu den Term mit den charakteristischen Werten $a = 0$, $b = 0$, $c = 100$, $d = 100$ und $h = 1$ ein.

   e) Starten Sie nun die Simulation mit Simulation| invertiertes Pendel| Fuzzyregelung. Vermutlich wird Ihr Fuzzyprojekt das invertierte Pendel nicht richtig steuern. Modifizieren Sie nun schrittweise die Terme der Fuzzyvariablen; eventuell muss auch die Grundmenge verändert werden.
   Ein Tip: Die aufzubringenden Kräfte müssen beim invertierten Pendel größer als bei der Laufkatze sein.