

Paradoxon 1

Bewegungsenergie bei Verdopplung der Geschwindigkeit

Ein **Gedankenexperiment**: Erna und Paul beschleunigen auf der Straße mit ihrem Tretroller (jeweilige Gesamtmasse 20 kg) aus dem Stand auf 5 m/s; sie haben dann jeder die Bewegungsenergie

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 250 \text{ J}.$$

Ganz zufällig fährt gerade eine Straßenbahn mit gleicher Geschwindigkeit parallel zu Erna. Sie hüpfte (ohne nennenswerten) Energieaufwand in die Straßenbahn, deren Türen wegen des schönen Wetters geöffnet sind. In der Straßenbahn beschleunigt sie (bezogen auf die Bahn) noch einmal um 5 m/s und setzt dazu wieder 250 J ein. Sie hüpfte dann wieder auf die Straße und hat nun eine Geschwindigkeit von 10 m/s. Insgesamt hat sie zum Erreichen dieser Geschwindigkeit 500 J investiert. Paul schafft es, auf der Straße "mitzuhalten": Er hat wie Erna ebenfalls eine Endgeschwindigkeit von 10 m/s gegenüber der Straße erreicht; dazu hat er aber

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 1000 \text{ J}$$

investieren müssen, also doppelt so viel wie Erna!

Versuchen Sie selbst einmal, diese paradoxe Situation aufzuklären. Vielleicht können Ihnen dabei die Fragen auf der nächsten Seite helfen.

Paradoxon 1

1. Überlegen Sie: Gibt es einen Fehler in der obigen Argumentation?
2. Überlegen Sie: Wenn Erna tatsächlich am Ende mehr Energie als 500 J gegenüber der Straße besitzt, woher könnte die zusätzliche Energie stammen?
3. Hilfe 1: Welche stillschweigende Annahme macht man hinsichtlich der Tram?
4. Hilfe 2: Actio = Reactio
5. Hilfe 3: Erna übt eine bremsende Wirkung auf die Tram aus; damit die Tram ihre Geschwindigkeit beibehält, muss sie eine zusätzliche Kraft aufbringen. Berechnen Sie diese Kraft und auch die von der Tram zusätzlich verrichtete Arbeit für den Fall, dass Erna 5 s lang mit 1 m/s^2 (gleichmäßig) beschleunigt.

Die Lösung finden Sie auf der nächsten Seite.

Paradoxon 1

Lösung: Man geht stillschweigend davon aus, dass die Tram mit konstanter Geschwindigkeit weiterfährt. Zum Beschleunigen tritt Erna mit dem Fuß auf den Boden nach hinten. Dabei übt sie eine Kraft auf die Tram aus, die genau entgegengesetzt gleich groß ist wie die Kraft, mit der Erna selbst beschleunigt wird: $F_{Tram} = -F_{Erna}$.

Wenn Erna (wie vorausgesetzt) mit 1 m/s^2 beschleunigt, dann ist die Kraft F_{Tram} auf die Tram betragsmäßig:

$$F_{Tram} = F_{Erna} = m \cdot a = 20 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 20 \text{ N}$$

Erna befindet sich nur 5 s in der Tram; die Strecke, welche die Tram in dieser Zeit zurücklegt, ist:

$$s = v_{Tram} \cdot t = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 25 \text{ m}$$

Die von der Tram aufgebrachte zusätzlich aufgebrachte Energie ist daher:

$$W = F_{Tram} \cdot s = 20 \text{ N} \cdot 25 \text{ m} = 500 \text{ J}$$

Ihre zusätzliche Energie hat Erna also von der Tram erhalten!