

Paradoxon 5

Das Zwillingsparadoxon

Das Zwillingsparadoxon ist wohl - zu recht (!) - das Paradoxon der Relativitätstheorie, welches sowohl unter den Fachleuten als auch unter den Laien am heftigsten diskutiert worden ist. Das liegt wahrscheinlich daran, dass sich hier die "Relativität der Zeit" unmittelbar und in nahezu unglaublicher Weise manifestiert. So ist dieses Paradoxon von den Gegnern der Relativitätstheorie oft genug als Beweis der Unhaltbarkeit der Relativitätstheorie angeführt worden. Unter den Experimenten, die zu diesem Problem durchgeführt wurden, sind die von *Hafele* und *Keating* (<https://de.wikipedia.org/wiki/Hafele-Keating-Experiment>) wohl am spektakulärsten.

Hinweis 1: Bitte beachten Sie, dass im Folgenden sowohl die Zeit als auch die Längen in Sekunden angegeben werden. **Eine Strecke von 1 (Licht-) Sekunde ist die Strecke, welche das Licht in 1 s zurücklegt (also ca. 300 000 km/s).** Bei diesem Einheitensystem sind Geschwindigkeiten einheitenlos; die Lichtgeschwindigkeit hat den Wert 1.

Hinweis 2: Unter einem **Minkowski-Diagramm** versteht man ein x - t -Diagramm; üblicherweise wird dabei die Zeit t auf der vertikalen Achse und die Position x auf der horizontalen Achse dargestellt.

Hinweis 3: Finden zwei Ereignisse E_1 und E_2 in einem System S' **am selben Ort x' im Zeitabstand $\Delta t'$** statt, so ist ihr Zeitabstand Δt , gemessen von einem dazu mit der Geschwindigkeit v bewegten System S aus gemessen:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2}} \quad (1)$$

Der "Zwillingsbruder" von Einstein, Zweistein, fliegt mit großer Geschwindigkeit - sagen wir $v = 0,5$ (um einen festen Wert vor Augen zu haben) - in seiner Rakete von der Erde zu einem Nachbarstern, der eine Entfernung von $s = 10$ Lichtjahren hat. Dort wendet er sofort und kehrt mit derselben Geschwindigkeit zurück.

Von Einstein aus gemessen kommt Zweistein nach $t = 2 \cdot s / v = 40$ Jahren wieder zurück. Zweistein ist jedoch seit dem Start nur um $t \cdot \sqrt{1 - v^2}$, also um knapp 35 Jahre gealtert (Viel Reisen hält jung!). Auf der anderen Seite kann natürlich Zweistein sich auf den Standpunkt stellen, dass Einstein es ist, der sich (mitsamt der Erde) auf eine "Reise" begeben hat. Dementsprechend sollte bei der Rückkehr nicht Zweistein, sondern Einstein etwa 5 Jahre jünger sein. Wo liegt nun der Fehler in dieser Argumentation?

Offensichtlich kommt der Widerspruch hier dadurch zustande, dass beide Beobachter als physikalisch gleichwertig angesehen werden. Tatsächlich sind sie das aber nur während der

Paradoxon 5

beschleunigungsfreien Zeit: In den Beschleunigungsphasen, und mögen sie auch noch so kurz sein, wirken **Beschleunigungskräfte** - in unserem Fall nur auf Zweistein. Diese Asymmetrie wirkt sich jetzt in ganz raffinierter Weise aus: Während dieser Zeit der Beschleunigung können wir die Formel

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - v^2} \quad (2)$$

für die Zeitdilatation nicht so einfach anwenden. Nehmen wir jedoch an, dass die Beschleunigungsphasen sehr kurz (etwa einige Tage lang) sind, so fallen sie bei unserer Rechnung nicht ins Gewicht. Im Idealfall können wir diese Beschleunigungszeiten gegen 0 gehen lassen. **Zweistein erleidet dann im Wendeereignis W (vgl. Abb. 1) "nur" einen einzigen Kraftstoß.**

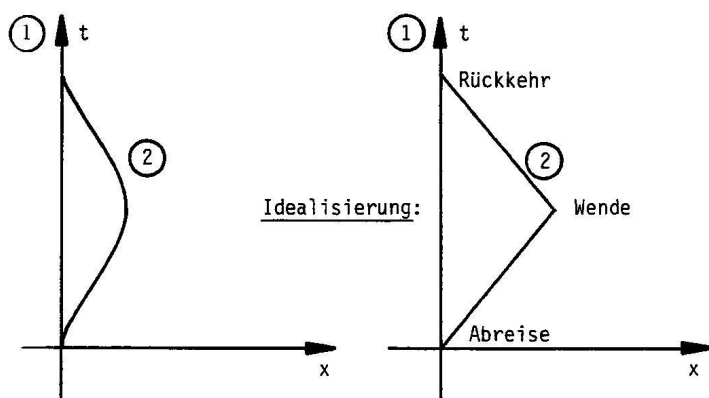


Abb. 1

Schauen wir uns jetzt die Argumente von Einstein und Zweistein noch einmal genauer im *Minkowski*-Diagramm an: Auf die beiden direkt aufeinander folgenden beschleunigungslosen Phasen (Abreise - Wende und Wende - Rückkehr) kann Einstein jeweils Formel (2) anwenden (vgl. Abb. 2).

W ist für Zweistein gleichortig zu A und R, und E ist von Einstein aus gemessen gleichzeitig zu W; deshalb gilt für die von Einstein gemessene gesamte Reisezeit von Zweistein die Beziehung

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\Delta t_1'}{\sqrt{1 - v_1^2}} + \frac{\Delta t_2'}{\sqrt{1 - v_2^2}} \quad (3)$$

Also ist bei der Rückkehr für Einstein mehr Zeit vergangen als für Zweistein; dessen Reisezeit ist ja einfach

$$\Delta t_1' + \Delta t_2' \quad (4).$$

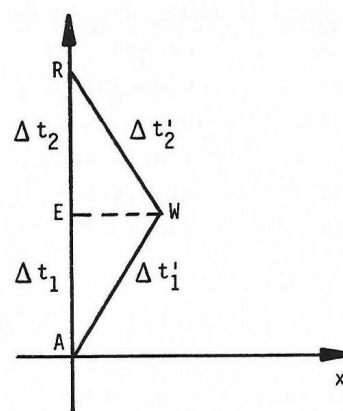


Abb. 2

Paradoxon 5

Jetzt betrachten wir die Situation noch einmal aus Zweisteins Sicht. Da Zweistein kein Inertialbeobachter ist (Im Ereignis W spürt er ja eine Beschleunigungskraft!), können wir auch keine (geradlinige) t' -Achse usw. angeben. Deshalb benutzen wir weiterhin Einsteins System. Während der Phasen A-W und W-R ist Zweistein jedoch Inertialbeobachter. Insofern kann auch er sagen, dass die entsprechenden Phasen in Einsteins System, von ihm (Zwestein) aus gemessen, kürzer dauern. Um das Paradoxon zu lösen, müssen wir deutlicher machen, was hier unter der Formulierung "entsprechende Phasen" zu verstehen ist.

Da jetzt Zweistein misst, entscheidet er, welche Phasen bei Einstein den Phasen A-W bzw. W-R entsprechen, d.h. **welche Ereignisse E_1 und E_2 bei Einstein von Zweistein aus gleichzeitig zu Ereignissen bei Zweistein sind**. Die Ereignisse E_1 und E_2 (vgl. Abb. 3) sind bei Einstein (von Zweistein aus) gleichzeitig zu W, je nachdem, ob man W als Ende der Phase A-W oder als Anfang der Phase W-R auffasst. Wenn jetzt Zweistein behauptet, dass die den Phasen A-W und W-R entsprechenden Phasen von Einstein kürzer sind, so bildet das keinen Widerspruch zur Aussage Einsteins; denn hier wurde die Zeit zwischen E_1 und E_2 von Zweistein nicht berücksichtigt.

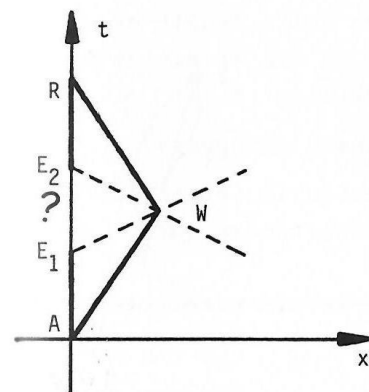


Abb. 3

Bei unserer Idealisierung entspricht die gesamte Phase E1-E2 dem Ereignis W. Das bedeutet, dass Einstein von Zweistein aus betrachtet (besser: "gemessen") einen "Zeitsprung" macht! Ist die Beschleunigung weniger abrupt, dann entspricht E1-E2 gerade der Beschleunigungsphase von W_1 nach W_2 (vgl. Abb. 4).

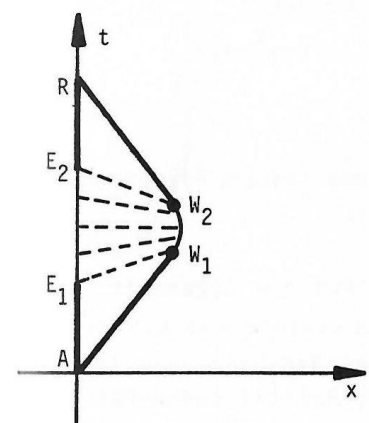


Abb. 4